

Biogr.

790

52

(Carrot)

Fink

Biogr. 190 sd

mm 9.6.

<36641578410010

<36641578410010

Bayer. Staatsbibliothek

LAZARE - NICOLAS - MARGUERITE

CARNOT

SEIN LEBEN UND SEINE WERKE

NACH DEN QUELLEN DARGESTELLT

VON

DR K. FINK

PROFESSOR AN DER REALANSTALT ZU TÜBINGEN

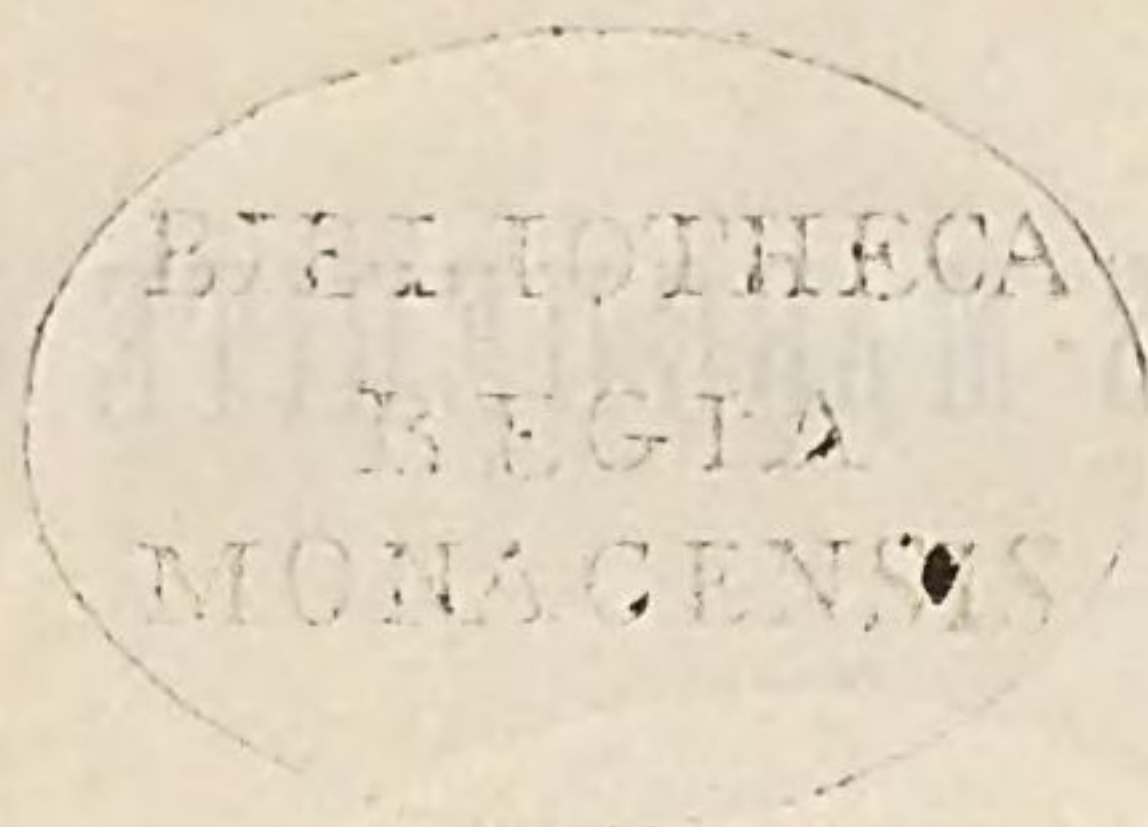


TÜBINGEN 1894

VERLAG DER H. LAUPP'SCHEN BUCHHANDLUNG



LAZARE-NICOLAS-MARGUERITE CARNOT.



LAZARE - NICOLAS - MARGUERITE
CARNOT

SEIN LEBEN UND SEINE WERKE

NACH DEN QUELLEN DARGESTELLT

VON

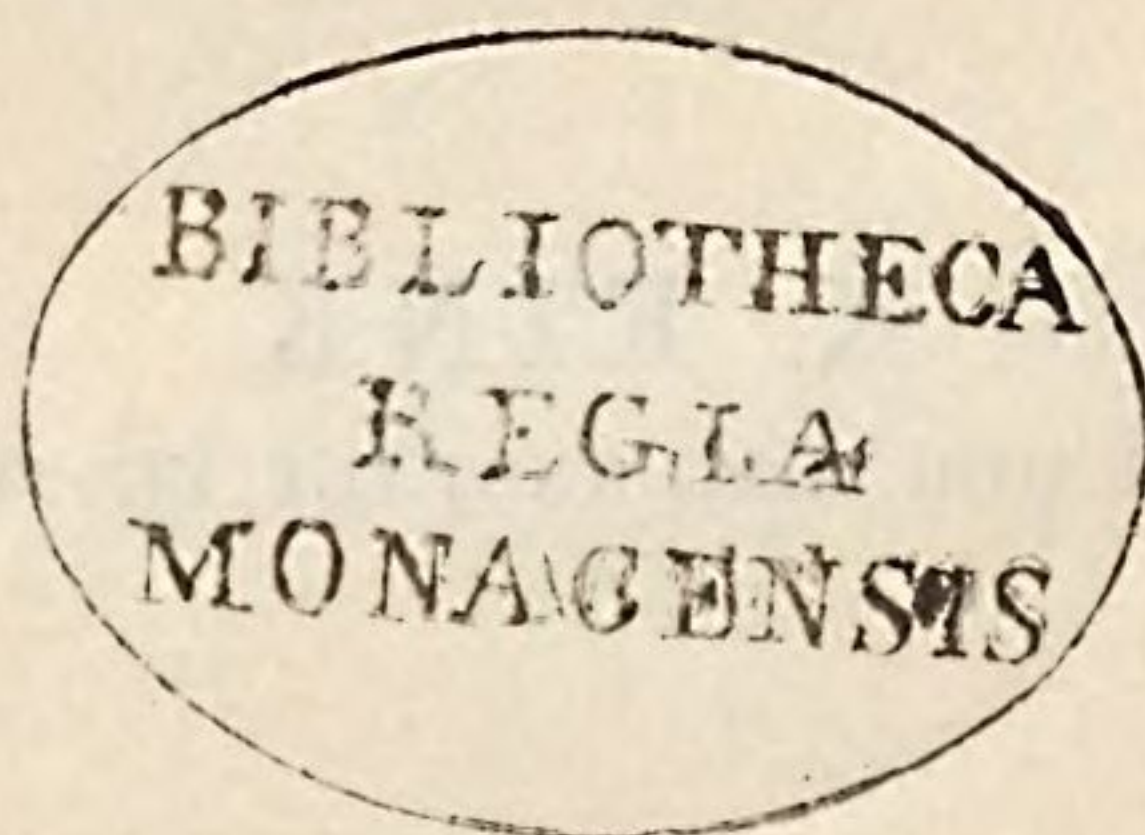
DR K. FINK

PROFESSOR AN DER REALANSTALT ZU TÜBINGEN



TÜBINGEN 1894
VERLAG DER H. LAUPP'SCHEN BUCHHANDLUNG

ALLE RECHTE VORBEHALTEN



DRUCK VON H. LAUPP JR IN TÜBINGEN

Begleitwort.

Zur Abfassung der vorliegenden kleinen Arbeit, einer Fortsetzung des im „Korrespondenzblatt für Gelehrten- und Realschulen Württembergs“ erschienenen „Monge“ und „Dupin“ (1892, 1893) lag die Veranlassung zunächst in Anregungen, welche ich Herrn Professor Dr. A. Brill hier und Herrn Hofrat Dr. M. Cantor in Heidelberg verdanke, sowie in den Erfahrungen einer mehrjährigen Lehrthätigkeit, welche in mir, gestützt auf die schönen Arbeiten unserer mathematisch - historischen Richtung, die Ueberzeugung festigten, dass die nutzbringende und erfolgreiche Einführung der projektiven Geometrie in den Elementarunterricht eine genaue Kenntniss ihrer Entstehung und der allmählichen Entwicklung ihrer Methoden voraussetzt.

Zwar bin ich mir wohl bewusst, dass von mancher Seite „das Neue“ an diesen Untersuchungen vermisst werden wird. Dieses „Neue“ ist nun in der That nicht das Wesentliche, was geboten werden soll; vielmehr sollte in erster Linie das eigentümliche Gepräge der neu auftauchenden Lehrweisen geschildert werden, um ein sicheres Urtheil darüber zu ermöglichen, was von der Methode und der Materie in die projektive Schulgeometrie aufgenommen werden kann oder muss. Derartige Vorarbeiten mögen an manchen Stellen nur mangelhaft befriedigen; für den Verfasser sind sie fast unbefriedigend, weil jeder neue Schritt vorwärts in dem früher Geleisteten neue Lücken entdecken lässt. Allein wer

zugiebt, dass der Geometrieunterricht in der Schule aus dem Schatze der projektiven Geometrie noch reiche Förderung erwarten kann, wer andererseits sich dem Reize des historischen Moments im Unterricht, namentlich bei Ausgestaltung der Methode, nicht verschliesst, wird auch Untersuchungen der vorliegenden Art nicht für ganz überflüssig halten. Vielleicht könnten sie sogar als Lesestoff in die obersten Abteilungen unserer Schulen Eingang finden, wie dies Rethwisch's Jahresberichte (VIII, XII) angedeutet haben. Im letzteren Falle wäre das beigegebene Lebensbild des betreffenden Geometers nicht ganz unwesentlich. Der Verfasser hat es mit Liebe zu zeichnen versucht, weil ihm mit den Werken auch der Mensch innerlich näher getreten ist.

T ü b i n g e n , im Oktober 1894.

K. Fink.

Inhalts - U e b e r s i c h t.

Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot.

	Seite
I. Der Bürger Carnot	1
Jugendzeit S. 2. — Carnot als junger Offizier S. 3. — Zerwürfnis mit den Vorgesetzten S. 6. — Anfang der Re- volution (1789—1791) S. 8. — Erste Periode politischer Thätigkeit (1791—1797) S. 9. — Unter dem Konsulat und dem Kaiserreich S. 26. — Die Jahre 1814 und 1815 S. 30. — Carnot zum zweitenmal in der Verbannung S. 37. — Charakterschilderung S. 39. —	
II. Der Gelehrte Carnot	45
Géométrie de position S. 45. — Mémoire sur la relation etc. S. 81. — Essai sur la théorie des transversales S. 84. — Digression sur la nature des quantités dites negatives S. 91.— Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal S. 95.— Mechanik S. 97. — Carnot über die Luftschiffahrt S. 105. — Arbeiten über Kriegswissenschaft S. 107. —	
III. Carnot's wissenschaftliche Bedeutung . .	113
Anhang: Carnot's Schriften	125
Litteratur-Verzeichnis	127

C a r n o t ,

Lazare-Nicolas-Marguerite.

Einmal schon hat ein Deutscher über *Carnot*, das Mitglied des Wohlfahrtsausschusses und der Direktorialregierung der grossen französischen Revolution, mit warmem Herzen geschrieben. Seitdem sind 75 Jahre verflossen. Eine neue Zeit bewegt mit neuem Pulsschlag das Meer der Gegenwart; sie fühlt die Verpflichtung, nach den Quellen des reichen nationalen und wissenschaftlichen Besitzes unserer Tage zu forschen. Man sichert den Entdeckern ihre Ruhmes- titel, man will sie durch Erneuerung ihres für die Mit- und Nachwelt so leicht erblassenden Gesamtlebensbildes ehren. Die folgenden Zeilen sind ein Versuch, nicht nur an den Staatsmann und Politiker, sondern auch an den Gelehrten *Carnot* zu erinnern. —

I. D e r B ü r g e r C a r n o t.

Unter den Landschaften Frankreichs, welche sich rühmen können, die Heimat grosser Männer zu sein, steht in vor- derster Reihe der Bezirk Côte d'Or des alten Burgunds, ein an Wald und Getreide reiches Hügelland von 600 m Mittelhöhe, ein Thüringen milderer Klimas und gesegnet mit dem Saft der Reben. Hier verflossen die sorglosen Kinderjahre eines Vauban, Bossuet, Buffon, Prieur, Monge;

hier, nicht weit von Beaune, liegt am Flüsschen Cousanne die kleine Stadt Nolay:

„Devant moi se déploie au pied d'un long coteau,
D'un vignoble soigné la plaine verdoyante ;
A peine l'oeil embrasse ce vaste tableau
De cet heureux climat la contrée opulente ¹⁾.“

Nach dieser Stadt war die Familie *Carnot*, ursprünglich in dem eine halbe Meile entfernten Dorf Epertully ansässig, vor Jahrhunderten schon übergesiedelt. Die *Carnot's* gehörten von alters her zu den „oberen Zehntausend“, zu jenen, welche im Reich des heiligen Ludwig „adelig lebten“; wer den Namen *Carnot* trug, hielt sich vom Bauern-, Handwerker- und Kaufmannsstande fern und suchte seinen Wirkungskreis im Heere, in der Kirche, im Rechts- und Verwaltungsdienst, oder auch in der Wissenschaft.

Jugendzeit. Lazare - Nicolas - Marguerite Carnot wurde in Nolay am 13. Mai 1753 geboren. Es war ein Sonntag, allein nicht zur Freude geschaffen, da gerade in jenen Tagen der Tod die zarten Kleinen mit emsiger Sense und in erschreckender Zahl den Armen der jammern- den Eltern entriss, so dass *Claude Carnot* im Gedanken an die Zukunft des Kindleins in sein Familienbuch schrieb: „Möge Gott ihm so für den ganzen Lebensgang seinen Zorn vorstellen, damit es gottesfürchtig bleibe und seine Gnade verdiene ²⁾.“

Wie der Grossvater schon, so übte auch der Vater dieser kinderreichen Familie (*Carnot* hatte 17 Geschwister, von denen 6 ins reifere Alter gelangten) mit grösster Rechtlichkeit und Uneigennützigkeit das Amt des Notars und Advokaten in Nolay aus. Den Kindern war er ein aufopferungs- und liebevoller, aber auch strenger Erzieher, ein entschiedener Feind der Lüge. Den ersten Unterricht

1) (22, 7).

2) (7, 71).

der Kleinen leitete er selbst. Später kam *Lazare Carnot* in die humanistische Schule der Oratorier nach Autun, wo er sich durch seinen Lerneifer frühzeitig bemerklich machte. Mit besonderer Vorliebe für exakte Wissenschaften ausgestattet, war er auch nebenbei geschickt in körperlichen Uebungen und suchte seine Erholung in den Schilderungen von Reisen durch ferne Länder.

Eine Zeit lang schien es, als wäre *Lazare Carnot* der geistlichen Laufbahn zugethan; allein reifliche Erwägung veranlasste seinen Vater, den begabten Jüngling mit 16 Jahren nach Paris zu bringen, um ihn dort bei Herrn von Longpré, einem Freunde d'Alembert's, auf die Kriegsschule vorbereiten zu lassen. In Paris zeichnete sich der junge *Carnot* durch glühende Liebe zum Studium aus; er arbeitete, der Strafe trotzend, sogar in den freien Stunden. Die Zeit seiner selbstthätigen Uebung theilte er zwischen Mathematik und Theologie; letztere pflegte er mit solcher Inbrunst, dass sich deshalb viele Spöttereien seiner Kameraden über ihn ergossen. Der Einfluss d'Alembert's, welcher die Vorbereitungsschule häufig besuchte, um sich mit den jungen Leuten wissenschaftlich zu unterhalten, und dem *Carnot* durch seine Leistungen bald auffiel, gewann ihn wieder ganz seinem Hauptstudium, so dass er nach Verfluss von zwei Jahren (1771) als Sekondlieutenant wohl vorbereitet in die Genieschule von Mézières eintreten konnte. Hier studierte *Carnot* ausser der Befestigungskunst namentlich unter Leitung des ihm bald freundschaftlich näher tretenden Monge höhere Mathematik, Mechanik und Naturwissenschaften.

Carnot als junger Offizier. Nach weiteren zwei Jahren (am 1. Januar 1773) kam für *Carnot* die Zeit des praktischen Dienstes. Er wurde als Premierlieutenant ins Land der Festungen versetzt, in die alte Picardie, und lernte der Reihe nach die Garnisonen Calais, Havre, Béthune,

Aire, Arras kennen. Obwohl *Carnot* über diese Zeit von sich selbst sagt ¹⁾: „Bis zum Augenblick der Revolution habe ich in den Tag hineingelebt, wie es so viele andere Jünglinge thun, besonders im militärischen Beruf; ich gieng von einer Garnison in die andere, ohne mir über die Zeiten viele Gedanken zu machen,“ so scheint sich doch von Anfang an sein Verhalten von dem seiner Kameraden sehr vorteilhaft unterschieden zu haben. Bei letzteren galt er, wie sogar Napoleon im Tagebuch von St. Helena bezeugt, als Original und Philosoph. Der Generalgouverneur der Picardie, Prinz von Croy, welcher auf ihn aufmerksam gemacht worden war, liess ihn Cooks Reisen in die Karten eintragen. Daneben brachte *Carnot* noch ein Opfer brüderlicher Liebe: er bereitete seinen jüngern Bruder Feulins, das vierte Kind der Familie, erfolgreich in wenigen Monaten auf die Kriegsschule vor.

Es wäre nur natürlich gewesen, wenn der talentvolle Offizier eine rasche Beförderung im Dienst erfahren hätte. Dies war aber keineswegs der Fall. Das allem blossen gläubigen Schweigen abholde selbständige Urteil *Carnot's* entfremdete ihm seine Vorgesetzten so sehr, dass er sich fortgesetzt ihrer Missgunst und ihres Uebelwollens zu erfreuen hatte. Erst nach zehnjährigem Dienst wurde er, in der gewöhnlichen Reihe fortschreitend, Hauptmann im Geniecorps.

Glücklicherweise fand *Carnot* für diese Nichtberücksichtigung aussergewöhnlicher Tüchtigkeit eine reiche Entschädigung in der Anerkennung, die ihm seine ersten wissenschaftlichen Arbeiten über Mechanik und Befestigungskunst (*Essai sur les machines*, *Eloge de Vauban*) einbrachten. Daneben suchte und fand der trotz aller Widerwärtigkeiten im dienstlichen Verkehr doch jugendlichen Frohmut empfindende Offizier wohlthuende Erholung in dem heiteren

1) (7, 94).

Dichterkreis seiner Garnisonsstadt Arras. Hier bestand nämlich eine „Akademie“, eine Art launig-satyrisch-literarischer Gesellschaft, 1778 bei Gelegenheit eines Waldfestes unter Rosengebüschen gegründet und daher „Rosati“ getauft, von welcher *Carnot* 1780 zum Mitglied gewählt wurde ¹⁾. Er verdankte diese Ehre seiner glücklichen Gabe, im Volkston zu dichten, wie denn später Béranger *Carnot's* jüngerem Sohne Hippolyt mitteilte, er habe seines Vaters Namen zuerst in den von ihm nach Volksliedern durchsuchten Kalendern gefunden. — Zufällig war Robespierre Mitglied derselben Gesellschaft, und daraus hat man frühzeitige enge Beziehungen beider ihrem Charakter nach so grundverschiedenen Revolutionsmänner ableiten wollen. Allein es ist vielfach erwiesen, und *Carnot* selbst sagt es, dass sie sich beim Eintritt in den Konvent kaum kannten.

In dieser Genossenschaft, welche sich selten mit Politik beschäftigte, und dann immer nur, um deren Auswüchse mit der Geißel des Spotts zu züchtigen, war *Carnot* ein Fröhlicher unter den Fröhlichen. Er stimmt Trinklieder an:

„*Mes amis, le vrai sage
Est celui qui boit bien;
La joie est son partage,
Il ne désire rien.*

*Dans la machine ronde
Seul il voit tout en beau:
Il n'a, dans ce bas monde,
D'autre ennemi que l'eau* ²⁾.“

Er freut sich mit südfranzösischer Lebendigkeit über die Weinlese:

„*Voici les vendanges,
Amis, en chœur,
Chantons les louanges
Du joyeux Bacchus.*

*Célébrons la fête
Du dieu des raisins,
Avec la musette
Et les tambourins* ³⁾.“

1) (7, 96); in (5, 475) wird das Jahr 1787 angegeben. 2) (17, 8).
3) (22, 250).

Er preist die gute alte Zeit:

<i>„Chacun allait le dimanche</i>	<i>Maintenant sur l'évangile</i>
<i>Ecouter notre curé;</i>	<i>On raisonne en avocat;</i>
<i>Tout vieillard à grand manche,</i>	<i>Et, de même qu'à la ville,</i>
<i>Tout docte était révééré.</i>	<i>Chacun veut régler l'Etat ¹⁾).</i>

Und wieder wirft er sich in den tollen Wirbel einer dichterisch überschwenglichen, in Wirklichkeit ungefährlichen Trinklaune:

<i>„Buvons outre mesure,</i>	<i>Bien mieux que la physique,</i>
<i>Aux enfants d'Epicure,</i>	<i>Notre système explique</i>
<i>Buvons à tous les fous:</i>	<i>La foudre et ses carreaux:</i>
<i>Messieurs les raisonnables</i>	<i>Quand vous croyez qu'il tonne,</i>
<i>Allez à tous les diables,</i>	<i>C'est que Bacchus entonne</i>
<i>Ou trinquez avec nous.</i>	<i>Du vin dans ses caveaux ²⁾).</i>

Trotz dieser fröhlichen Tage vergass *Carnot* die Heimat nie. Der stete schriftliche Verkehr mit den Seinen fand jährlich einmal in der Familienzusammenkunft zu Nolay die schönste Nahrung. Hier tauschten die Geschwister in herzlicher Eintracht und kindlicher Freude ihre Gefühle aus; hier feierte *Carnot* im Jahr 1788 ahnungslos das Abschiedsmahl vor Ausbruch des schweren Gewitters, welches schon am politischen Horizont die düsteren Schleier von den dräuenden Sturmwolken zog.

Zerwürfnis mit den Vorgesetzten. Nach dem siebenjährigen Krieg war in den Kreisen des französischen Geniecorps die Ansicht massgebend geworden, die Festungen seien überflüssig. Derselben Meinung war insbesondere der Leiter des Corps, Herr von Fourcroy. *Carnot* wagte es, diesem höchsten Vorgesetzten zu widersprechen, und im August 1788 an den Kriegsminister, den Grafen von Brienne, einen (erst im folgenden Jahr

1) (22, 298).

2) (22, 310).

zum Druck beförderten) Aufsatz über die Bedeutung der Festungen einzureichen, in welchem, gestützt auf eingehende Studien, bewiesen wurde, dass die Festungen „Denkmäler des Friedens“ und daher berechtigt und notwendig seien.

Schon vorher hatte ein höherer Infanterieoffizier, der Marquis von Montalembert, ein neues Festungssystem erdacht, in welchem mächtige kasemattierte Räume die Hauptrolle spielten. Diesem Werke trat Fourcroy 1786 mit seinem Anhang in einem „Mémoire sur la fortification perpendiculaire présenté à l'Académie des Sciences, rédigé par plusieurs officiers du génie ¹⁾“ entgegen. Ein Satz dieser Abhandlung: „Jede in der Fortifikation vorgeschlagene Neuheit ist ein Beweis der Unwissenheit ihres Autors, weil alles in dieser grossen Kunst gefunden ist,“ brachte den heissblütigen Montalembert zu der Meinung, der Verfasser der eben veröffentlichten „Lobrede auf Vauban“ zähle unter jene Genieoffiziere der Denkschrift von 1786. Er wusste nichts besseres zu thun, als in einer durch ihn veranstalteten Ausgabe von *Carnot's* preisgekrönter Schrift letzteren vermittelst gehässiger Zusatznoten in der beleidigendsten Weise zu verunglimpfen. *Carnot* hatte unterdessen Montalembert's Schrift gelesen, und verdienstlich gefunden. Er schrieb (unter Nichtbeachtung der im Geniecorps geltenden Vorschrift, dass alle mit der Berufsthätigkeit der Offiziere zusammenhängenden, für die Oeffentlichkeit bestimmten Aeusserungen vom Chef censiert werden mussten) an seinen Gegner Montalembert einen höflichen Brief der Aufklärung über den wahren Sachverhalt unter Betonung der vollen Billigung seiner Ansichten. *Carnot* hatte sich dabei mit Bezug auf Fourcroy die Bemerkung ²⁾ entschlüpfen lassen: „Jene Titel (General und Mitglied der Akademie) beweisen gewöhnlich bei einem vornehmen Adeligen kaum mehr wirkliches Ver-

1) (7, 143).

2) (7, 147).

dienst als die Würde eines Herzogs oder die des blauen Bandes ¹⁾).“ Dieser Brief *Carnot's*, abgedruckt an der Spitze von Montalemberts Antwort auf Fourcroys Abhandlung, erregte des letzteren Zorn im höchsten Masse. Erst verlangte er die Verabschiedung des Widerspenstigen, und als das nicht gelang, einen der berüchtigten Lettre de cachet: *Carnot* wurde in Béthune eingekerkert. Aus dieser gefährlichen Lage rettete ihn seine Lobrede auf Vauban. Prinz Heinrich von Preussen nämlich, welcher *Carnot* in Dijon bei Gelegenheit der feierlichen Vorlesung der Lobrede kennen und schätzen gelernt hatte, beabsichtigte die Vauban'schen Festungen in Nordfrankreich zu besuchen. Der Kriegsminister schlug *Carnot* als Begleiter vor, erfuhr auf diese Weise dessen Einsperrung und liess ihn nach kurzer Untersuchung in Freiheit setzen. Von der Beliebtheit *Carnot's* bei den bürgerlichen Kreisen zeugt es, dass der Tag seiner Lossprechung in Béthune durch Bankett und Fackelzug gefeiert wurde: *Carnot* begann der Mann des Volks zu werden.

Anfang der Revolution (1789—1791). Beim Anbruch der unruhigen Zeit spielte *Carnot* zunächst keine besondere Rolle; er blieb vorderhand aufmerksamer Beobachter, jedoch ohne völlig zu schweigen, wo er ein Eingreifen für nötig hielt. Im September 1789 richtete er an die Nationalversammlung eine „Réclamation contre le régime oppressif sous lequel est gouverné le corps du génie ²⁾“ in welcher vorgeschlagen wird, die Tyrannei innerhalb des Geniecorps zu brechen und zur Entscheidung der Fragen über Befestigungskunst einen unparteiischen Offiziersrat einzusetzen. Einen Monat später verlangte *Carnot* vom Kriegsminister die genaue Prüfung des Systems Montalembert.

1) Ritter des Ordens vom heiligen Geist.

2) (7, 153).

Auch über die laufenden politischen Fragen spricht er sich aus, und zwar im Sinne seiner „Lobrede“, welche jede ungerechte Besteuerung als für das Land verhängnisvoll charakterisierte. Im November 1789 wurden alle Kirchengüter zum Staatseigentum erklärt; im April des folgenden Jahres sucht *Carnot* die Nationalversammlung dahin umzustimmen, die Güter des Klerus nicht zu verkaufen, sondern die Staatsschuld mit diesen Gütern in Natura zu bezahlen, weil dann das Land einen grossen Gewinn erzielen werde.

In dieselbe Zeit fällt wie ein letzter freundlicher Sonnenblick vor Ausbruch des Orkans das Liebesidyll *Carnot's*. Er war 1791 als Hauptmann in Aire¹⁾. Sein Bruder Carnot-Feulins, ebenfalls Hauptmann im Geniecorps, hatte in seiner Garnison St. Omer die zweite Tochter des ehemaligen Militärintendanten Dupont geheiratet. Als nun der ältere *Carnot* auf einem Spazierritt sehr unglücklich stürzte, liess ihn Feulins nach St. Omer in die Familie seines Schwiegervaters bringen, wo er von der ältesten Tochter Sophie, einer vortrefflichen Klavierspielerin, aufs sorgfältigste gepflegt wurde. Mit seiner Genesung war auch der volle Glaube in das „Verdienst der Frauen“ zur Reife gekommen:

„Pourquoi lui reprocher des erreurs, des caprices,
Effets de notre empire et de nos artifices?

D'elle sont ses vertus; ses défauts sont de nous²⁾“.

Der Herzensbund wurde im Mai desselben Jahres für immer geschlossen; die Familien der beiden *Carnot's* blieben in den gefährvollen Tagen der nächsten Zukunft aufs innigste mit einander verbunden.

Erste Periode politischer Thätigkeit (1791—1797).
Unterdessen hatte sich die konstituierende Versammlung aufgelöst. Die Brüder *Carnot*, Vorsitzende der Volksvereine

1) (5, 474); Arago verwechselt hier die Thatsachen (3, 435).

2) (17, 443).

in ihren Garnisonen, waren zwei der elf Abgeordneten, welche Pas de Calais in die gesetzgebende Versammlung zu entsenden hatte, und zwar der jüngere Feulins, wegen seiner ritterlichen Manieren und seines bestechenden Aeussern überall „der schöne Ingenieur“ genannt, der erste, sein Bruder, mehr zurückgezogen lebend und daher weniger bekannt, der neunte der nach Paris gesandten Volksvertreter. Feulins wurde Mitglied des Heeresausschusses, Lazare kam als Ersatzmann in das diplomatische Komitee. Wie alle Abgeordneten, so liessen auch sie sich bei einer politischen Partei einschreiben, und zwar bei den damals noch sehr gemässigt auftretenden Jakobinern. Allein gleich in der ersten Sitzung musste Feulins dem Parteileiter opponieren, und von da an erschien keiner der Brüder mehr im Klub; sie giengen jedoch immerhin ebenso entschlossen wie unabhängig mit der Linken.

Die Thätigkeit des älteren *Carnot* machte sich in der gesetzgebenden Versammlung bald bemerklich. Im Januar 1792 verlangte er die Zerstörung der Citadelle von Perpignan und erregte dadurch den Unwillen der Versammlung, welche glaubte, es sei die Niederlegung aller Befestigungen beabsichtigt. *Carnot* rechtfertigte sich gleich andern Tags in einem Briefe an seine Kollegen, welcher ausführt, dass Citadellen nur dann als gefährlich zu betrachten seien, wenn sie dazu dienen können, die in ihrem Schutz liegende Stadt zu unterjochen. — Im April griff *Carnot* die Vorschriften an, welche für die Aufrechterhaltung der Disciplin des aus Freiwilligen zu bildenden Heeres entworfen worden waren. Es sollte nach *Carnot* zwischen dem „passiven“ und „vernünftigen“ Gehorsam unterschieden werden; ersterer wäre überall da zu verlangen, wo man sich dem äusseren Feind gegenüber befindet, letzterer, wenn die Regimenter als Polizeitruppe im Innern verwendet werden: „vor dem Feind — Gehorsam den Führern; vor den Bürgern — Freiheit

des Bürgers ¹⁾“. Den Bürgern sollte also niemals der Berufssoldat, sondern nur die Nationalgarde entgegentreten dürfen. Auch diesen Vorschlag lehnte die Versammlung ab. — Im Mai erhielt *Carnot* nach vollendeten 21 Dienstjahren das Ludwigskreuz; im Juni wirkte er für die Hinterbliebenen der Offiziere Dillon und Berthois, welche von ihnen in toller Flucht vor den Oesterreichern befindlichen Soldaten in Lille ermordet worden waren, weil sie dieselben hatten zum Stehen bringen wollen, eine Pension aus. Im Juli wurde von ihm ein Antrag eingereicht, der die Bürger mit Piken ausgerüstet sehen wollte, bis bessere Bewaffnung geschaffen wäre ²⁾. Ende desselben Monats wurde *Carnot* ins Lager nach Soissons geschickt, wo das Gerücht über einen versuchten Massenmord der Soldaten durch Gift einen Aufstand hervorgerufen hatte. Die Mission gelang, ebenso jene im August in Begleitung von Coustard und Prieur de la Côte d'Or, welche den Zweck hatte, die an der Westgrenze lagernden Truppenteile zur Anerkennung der Regierung zu bewegen. Von Strassburg aus begab sich *Carnot* nach Chalons, dem Sammelplatz der Freiwilligen, welche die Invasion zurückweisen sollten.

Carnot's Ansehen war durch diese Thätigkeit so gewachsen, dass er von Pas de Calais als zweiter Abgeordneter in den Konvent gewählt wurde (15. Sept. 1792). Er wohnte damals in Paris. Acht Tage nach seiner Wahl begann *Carnot* mit fünf anderen Kommissären eine Inspektionsreise in die Ostpyrenäen zur militärischen Organisation jener Bezirke. Sein Bericht über die einmonatliche Reise wurde als ein Muster von Klarheit, Schärfe und Verwaltungskunst

1) (7, 206).

2) „Bei dem bekannten Mangel an Gewehren dachte Jahn an die Pike und empfahl sie Scharnhorst für die Landwehr“ (Deutsche Turnz. 1893, S. 196). Napoleon schreibt am 21. Febr. 1814 an seinen Bruder Joseph: „Organisiere die Nationalgarde; der Kriegsminister schicke überallhin Piken“ (7, 239).

von der Versammlung mit Begeisterung gutgeheissen und Druck und Verbreitung desselben beschlossen ¹⁾. — Bald darauf begann die Zeit, welche *Carnot* die meisten und schwersten Anfeindungen namentlich des Auslandes zugezogen hat: die Tage des Prozesses gegen den unglücklichen Ludwig XVI. waren angebrochen. Als der Konvent sich zum Ankläger und Richter des Königs aufwarf, war *Carnot* nicht in Paris, aber dem letzten Gerichtsverfahren wohnte er an und that seine Meinung mit folgenden Worten kund: „Meiner Ansicht nach verlangt die Gerechtigkeit, dass Ludwig stirbt, und die Politik verlangt es gleichfalls. Ich gestehe, nie lastete eine Pflicht schwerer auf meinem Herzen als die, welche mir jetzt auferlegt ist; allein ich glaube, wenn ihr es ernst meint mit den Gesetzen der Gleichheit, wenn ihr einen Beweis davon geben wollt, dass euch die Ehrgeizigen nicht in Schrecken versetzen können, so müsst ihr den Tyrannen mit dem Tode strafen. Ich stimme für den Tod ²⁾.“

Was trieb ihn, den sonst so milden und menschenfreundlichen *Carnot*, zu solcher Härte? Sein Votum ist keineswegs der Ausdruck des persönlichen oder Parteihasse; das Wort „Tyrann“ wenigstens darf nicht in diesem Sinn gedeutet werden, denn es war damals in aller Leute Mund; in der Oeffentlichkeit gab man dem König keinen anderen Namen. Sollte *Carnot* die Sitte der alten Gallier vorschwebt sein, welche den des Einverständnisses mit dem Ausland angeklagten Fürsten in der Volksversammlung zum Tod verurteilte? Dreissig Jahre später schreibt *Carnot* mit Bezug auf diese seine Abstimmung: „In jedem Lande verurteilt man diejenigen, welche sich gegen den Staat verschwören. Lassen die Fürsten solche Leute nicht töten, welche sich gegen den Staat auflehnen? Sollte das Volk, der wahre Souverän, nicht dasselbe Recht haben ³⁾?“

1) (6, 48).

2) (5, 475):

3) (7, I. 293).

Seit Oktober 1792 gehörte *Carnot* dem militärischen und politischen Ausschuss an, verfasste in dieser Eigenschaft eine Reihe von Berichten und bewirkte insbesondere (am 9. März 1793) die Entsendung von 92 Deputierten als Kommissäre in die verschiedenen Départements zur Einleitung der Nationalverteidigung. Er selbst gieng als einer dieser Beauftragten in den Norden, wo ihn ein Zufall davor bewahrte, mit seinen Genossen von dem verräterischen Dumouriez an die Feinde ausgeliefert zu werden.

Begleitet von Feulins, nahm *Carnot* an dem Zug gegen das von den Engländern besetzte Furnes teil; er kämpfte (am 31. Mai 1793) in der Schärpe des Volksvertreters, das Gewehr zum Angriff gefällt, und zog mit den ersten Reihen siegreich in die Stadt ein. Gleich andern Tags erliess *Carnot* in scharfen Ausdrücken eine Proklamation gegen einzelne Truppenteile, welche sich in der wiedereroberten Stadt der Plünderung überlassen hatten. — Nach seiner Zurückberufung wählte ihn der Konvent mit seinem Freund Prieur de la Côte d'Or (am 14. August 1793) in den Wohlfahrtsausschuss ¹⁾. Nunmehr fand *Carnot* Gelegenheit zur reichsten Entfaltung seiner politischen und militärischen Fähigkeiten. Auch Prieur de la Côte d'Or hatte militärische Angelegenheiten zu erledigen (ihm lag die Sorge für Erstellung von Waffen, Munition, Spitälern ob); ausserdem boten viele Gelehrte ihre Dienste zur Verteidigung des Vaterlandes an. Allein *Carnot* war die Seele des Ganzen ²⁾. Er stellte von Paris aus 14 Armeen auf; ernannte deren Führer, entwarf für sie den Feldzugsplan, beriet sie überdies noch, wo es

1) Die anderen Mitglieder waren nach einigen teilweisen Erneuerungen: Robespierre, St. Just, Couton, Collot d'Herbois, Billaud-Varennes, Prieur-Marne, St. André, Barère, Hérault de Sechelles, Robert Lindet (3, 438).

2) Thiers sagt hierüber (15, V 334): „*Carnot* konnte ungestraft (!) Ordnung in die unzusammenhängenden Operationen bringen.“

ihm möglich war, auf dem Schlachtfeld und besorgte fast die ganze ungeheure Korrespondenz seiner Abteilung selbst, so dass er oft fünfzehn Stunden des Tags arbeiten musste, während einige ruchlose Gesellen, Mitglieder desselben Ausschusses, Zeit fanden, in dem gleich berücktigten wie üppig ausgestatteten Landhaus von Clichy die sittliche Wohlfahrt ihrer Umgebung zu zerstören und die Blutgerüste mit Unschuldigen zu bevölkern ¹⁾).

Am 28. Juli hatten die Oesterreicher Valenciennes eingenommen; *Carnot* drängt Houchard zur Schlacht bei Handschoote und die Feinde müssen auf den errungenen Vorteil wieder verzichten. — Noch gefährlicher war die Belagerung von Maubeuge durch den Prinzen von Koburg mit 60 000 Mann; Paris war dadurch mittelbar bedroht. Auch in diesem Fall entwirft *Carnot* den Operationsplan, bewegt Jourdan zur Ausführung desselben, und hilft den Sieg bei Wattignies erfechten (am 16. Oktober), indem er mit Feulins, den Hut des Deputierten auf der Spitze des Degens, bei der Angriffskolonne vorstürmt und den Feind völlig in die Flucht schlägt. Die Bedeutung dieses Sieges würdigt Napoleon später in einer Sitzung des Staatsrats mit folgenden Worten: „Dies ist die schönste Waffenthat der Revolution! Wissen Sie, meine Herrn, wer das gethan hat? *Carnot!*“ ²⁾

Die blinde und argwöhnische Leidenschaft im Schosse des Konvents wurde jedoch durch solche Erfolge nicht eingeschüchtert. *Carnot's* Begleiter bei der Nordarmee, Dumesnoy, beschuldigte seinen Genossen, „die Mässigung im Heere eingeführt zu haben ³⁾“. Obwohl eine derartige Anklage damals häufig genug mit dem Todesurteil für den Verdächtigten endigte, überliess *Carnot* schweigend die Sache der Beratung seiner Kollegen, unter denen sein Todfeind Robespierre sich befand. Als sich nichts gegen ihn ergab, nahm *Carnot* aus seinem Wandschrank die Beweise von Un-

1) (17, 44).

2) (7, I, 409).

3) (7, I, 415).

regelmässigkeiten in der Verwaltung seines Anklägers, warf sie aber ins Feuer und wurde dadurch um einen treuen Anhänger reicher.

In den letzten Monaten des Jahres 1793 und in den ersten des folgenden gewann die Republik durch die von *Carnot* entworfenen Operationen Toulon, Lyon, die Vendée, sowie wichtige Vorteile durch die Generale Hoche und Pichegru über die Oesterreicher und Preussen. Am 5. Mai 1794 wurde *Carnot* zum Präsidenten des Konvents erwählt. In dieser Eigenschaft hielt er, gelegentlich des Beschlusses der Genfer Bürger, die Asche von J. J. Rousseau ins Pantheon, überzuführen, eine Gedächtnisrede auf diesen Philosophen. — Auch als Präsident war *Carnot* nicht gegen Angriffe gefeit; das beweist die Thatsache, dass er (am 6. Mai 1794) einer Abordnung des Jakobinerklubs gegenüber veranlasst wurde, seinen Glauben an das höchste Wesen zu bekennen. Er that dies mit Ueberzeugung, denn von ihm rühren die Worte her:

„Mortels, que sommes-nous dans un tout infini?

Ce globe inaperçu n'est qu'une hôtellerie:

Le ridicule orgueil se trouve anéanti,

Pour qui voit dans les cieux la commune patrie ¹⁾.“

Nachdem *Carnot* den Vorsitz im Konvent an Prieur de la Côte d'Or abgegeben hatte, entwarf er mit Jourdan die Massregeln, welche zum Sieg bei Fleurus (am 26. Juni 1794) führten. Im August konnte *Carnot* dem Konvent die Nachricht von der Wiedereinnahme der Stadt Condé mitteilen; er hatte sie vermitteltst des von Claude Chappe kurz zuvor erfundenen optischen Telegraphen erhalten. — Die Erfolge der Heere waren derart, dass der Konvent wiederholt, namentlich für die Nord- und Rheinarmee, in die Lage kam, seinen Dank mit der aus jener Zeit berühmt gewordenen Phrase zu erklären: „Das Heer hat sich um das Vaterland

1) (22, 14).

wohl verdient gemacht.“ — Und *Carnot* selbst, hatte er sich nicht etwa auch verdient gemacht? In den Augen der aufrichtigen Bürger wohl, nicht aber in denen seiner nächsten Genossen, welchen der „Hauptmann“ *Carnot* schon zu gewaltig war, und die es nicht hindern konnten, dass er endlich (im März 1795) durch Anciennetät zum Major im Geniecorps aufrückte. Und doch war er oberster Feldherr aller Heere der Republik! So lange *Carnot* die Leitung in Händen hatte, gieng alles gut. Allein nachdem man ihn bereits zweimal in kurzen Zeiträumen aus dem Wohlfahrtsausschuss entfernt hatte, fand er es für angezeigt, endgültig auszutreten (am 5. März 1795) und jede Wiederwahl abzulehnen. Sein grimmigster Feind war Robespierre, der „Patriot“, welcher *Carnot* einen Vorwurf daraus gemacht, dass er die Besatzung einer eroberten Festung nicht hatte über die Klinge springen lassen; derselbe Patriot, welcher seine Todesopfer unter den Dienern und nächsten Bekannten *Carnot's* auszulesen wagte. Oft, wenn auch nicht immer, konnte *Carnot* die Verurteilten retten, und welchen Eifer, welche Selbstlosigkeit entwickelte er dabei! Ein Royalist hat später von ihm gerühmt: „*Carnot* rettete mehr Menschen als Robespierre umgebracht hat¹⁾“. In den gefährlichsten Monaten trat *Carnot* zweimal mutig für Barère, Collot d'Herbois und Billaud-Varennes ein, um sie von dem Verdacht der Mitschuld an Robespierre's Verbrechen zu reinigen. Dieselben hatten allerdings mehreren Todesurteilen ihre Unterschrift beigesetzt; allein *Carnot* erklärte, wie dies möglich war. Der gesetzlichen Bestimmung gemäss sollten die Dekrete des Wohlfahrtsausschusses nur Gültigkeit haben, wenn sie durch Majorität genehmigt und mit mehreren Unterschriften versehen waren. Wegen der sich häufenden Geschäfte (es waren oft in einem Tag 4—500 Unterschriften zu geben) war die Praxis eingeführt worden, dass jeder

1) (6, 69).

expedieren sollte, was seiner Abteilung zukam, um dann die Dekrete den andern zur Unterschrift zu übersenden. Letzteres geschah gewöhnlich um 2 oder 3 Uhr morgens, so dass ein Durchlesen der aus andern Abteilungen zur blossen Signatur einlaufenden Erlasse absolut unmöglich war. *Carnot* erklärte offen, viele Schriftstücke in dieser Weise beglaubigt zu haben. Kurze Zeit darauf (am 29. Mai 1795) wurde auch *Carnot's* Verhaftung beantragt; allein ein Abgeordneter rief: „Solltet ihr es wagen, Hand an denjenigen zu legen, der bei den Heeren Frankreichs den Sieg organisiert hat?“¹⁾ Und die Versammlung gieng über den Antrag zur Tagesordnung über.

Bald waren auch die Tage des Wohlfahrtsausschusses und des Konvents gezählt. Nachdem dieser am 26. Oktober seine letzte Sitzung gehalten, wurde er durch den Rat der 500 und den Rat der Alten ersetzt. In letzteren trat *Carnot*, von vierzehn Départements gewählt, ein. Da die militärische Lage Frankreichs seit *Carnot's* Rücktritt sich immer bedenklicher gestaltet hatte, so schickte man ihn (am 5. Nov. 1795) ins Direktorium im Vertrauen auf seine glänzend bewährte Tüchtigkeit und Selbstlosigkeit bei der Führung der Heeres-Angelegenheiten²⁾. In erster Linie organisierte *Carnot* sein Ministerium, wie dies schon im Wohlfahrtsausschuss beabsichtigt war, indem er ausser der für den laufenden Dienst bestimmten Abteilung ein topographisches und historisches Kabinet einrichtete und neue Generalstabscadres schuf. Die wenigen Monate, welche *Carnot* von der Leitung der Landesverteidigung entfernt gewesen war, hatten hingereicht, um einer verhängsvollen Unordnung Raum zu schaffen. Ueberall waren die Operationen unterbrochen und die Heere im Rückzug begriffen. Diesem

1) (5, 477). — 2) Thiers sagt (15, VIII, 63): „Man übertrieb *Carnot's* militärische Verdienste; allerdings hatte er deren.“ (!)

Missgeschick steuerte der energische Direktor in kürzester Frist, namentlich durch Ernennung tüchtiger Anführer. Pichegru wurde durch Moreau, Scherer durch Buonaparte ersetzt. Die Wahl des ehrgeizigen und intriganten Korsen, der instinktmässig fühlte, dass der Verlust eines Buchstabens in seinem Namen mit dem Gewinn eines Thrones wohl aufzuwiegen sei, fand statt gegen den Rat des jüngeren Feulins, auf dessen Urteil *Carnot* so grosses Gewicht zu legen pflegte. Der künftige erste Konsul scheint dies geahnt zu haben, denn er verabschiedete später Feulins, der krankheitshalber nicht an dem abenteuerlichen Zug nach St. Domingo (wozu Napoleon die ihm unbequemen Offiziere verwendete) hatte Teil nehmen können, ohne Pension.

Der rege schriftliche Verkehr *Carnot's* mit den obersten Anführern, namentlich mit Bonaparte, trug die besten Früchte. Im allgemeinen waren es immer *Carnot's* Ideen, welche zu den glänzendsten Erfolgen führten. Bonaparte musste sich diese Wahrheit eingestehen; er bittet *Carnot* gerade zu jener Zeit wiederholt nicht nur um seinen Rat, sondern auch um seine Freundschaft ¹⁾. — Vom Mai 1796 an war *Carnot* ein Vierteljahr lang Präsident des Direktoriums; er hielt als solcher Ansprachen beim Dankbarkeits- und Siegesfest.

Alle Amtsgeschäfte konnten in *Carnot* die Liebe zur Wissenschaft nicht ersticken. Jede Woche einmal versammelte sich ein auserlesener Kreis um den ebenso tapferen wie gelehrten und wissbegierigen Direktor. In diesen

1) Ansicht Thiers (15, VIII 272 ff.): „Bonaparte wurde durch eine der verhängnisvollsten Widerwärtigkeiten (!) aufgehalten: Durch *Carnot's* Befehl, nach Unteritalien zu marschieren. Er opponierte den Irrtümern des Direktors mit der hellsehenden Vernunft, man müsse immer Front gegen die Oesterreicher machen *Carnot's* Plan für den Feldzug gegen Deutschland (1796) war ganz fehlerhaft (!).“

Gesellschaften entstand der erste Gedanke zur Gründung eines Nationalinstituts ¹⁾. Die ersten Mitglieder desselben wurden vom Direktorium ernannt: *Carnot* wollte nicht unter ihrer Zahl sein. Er wurde erst im August 1796 Mitglied, als Ersatz für den kurz zuvor gestorbenen Mathematiker *Vandermonde* ²⁾. — Noch eine andere Freude verschönte *Carnot's* Leben zu jener Zeit: es wurde ihm (am 1. Juni 1796) sein erstes Kind geboren. Den Namen für das Knäblein wählte *Carnot* nicht, wie es damals Sitte war, aus den Reihen der griechischen oder römischen Republikaner, sondern er benannte es nach dem durch Gedichte und Sittensprüche bekannten orientalischen Weisen „Sadi“.

Die Direktorialzeit *Carnot's* ist durch zwei Abhandlungen geziert, die eine, rein mathematischen Inhalts, hat den Titel: „Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal“, die andere: „Exploit des Français“ mit der Widmung: „Aux armées françaises victorieuses des Puissances coalisées ³⁾.“ In letzterer, zur Verteilung an die Kämpfer und die ganze Nation bestimmt, schildert *Carnot* zunächst die Entstehung dieses Ruhmesdenkmals der französischen Siege in dem topographischen und historischen Kabinet; er zählt in Kürze, chronologisch und in tabellarischer Anlage alle kriegerischen Erfolge vom 8. September 1793 bis 3. Februar 1795 auf, z. B. ⁴⁾:

1) (7, II, 84). — 2) Die für viele Fälle empfehlenswerte Abstimmung geschah folgendermassen: 3 Namen wurden vorgeschlagen, *Carnot*, *Bréguet*, *Janvier*. Jedes Mitglied musste diese 3 Namen auf seinen Zettel schreiben, zum ersten die Zahl 3, zum zweiten und dritten bezüglich 2 und 1. Diese Zahlen wurden für jeden Namen addiert; *Carnot* erhielt 250, *Bréguet* 182, *Janvier* 114 Numern. (7, II, 85). — 3) Deutsch: „Feldzug der Franzosen von 1793—1795. Aus dem Französischen. Wien 1796;“ und in *Posselts europäischen Annalen*. Jahrgang 1798. — 4) (10, 17).

Armées.	W a t t i g n i e s , p r è s M a u b e u g e .	
	J o u r d a n , G é n é r a l e n c h e f .	
Nord.	Bataille de Wattignies, gagnées sur les Autrichiens après deux jours de combat et trois charges à la baïonnette; levée du blocus de Maubeuge. Six mille Autrichiens tués.	25. 26. Vend. an 2. 16. 17. oct. 1793.

Den Schluss bildet ein besonderer Bericht über die Wiedereinnahme der vier an der Nordgrenze gelegenen Städte Landrecies, le Quesnoy, Valenciennes und Condé; *Carnot* bezeichnet sie als das Resultat von 30 vorausgegangenen Siegen. — Im Verlauf eines Feldzugs von siebenzehn Monaten hatte die Republik glänzende Waffenthaten gesehen; *Carnot* drängt sie in wenigen Linien wie folgt zusammen ¹⁾:

27 Siege, davon 8 in offener Feldschlacht,
120 Gefechte von geringerer Bedeutung,
80 000 Feinde getödtet,
90 000 Feinde gefangen genommen,
116 Festungen und wichtige Städte besetzt, davon
36 nach regelrechter Belagerung oder Ein-
schliessung,
230 Forts oder Redouten erobert, und
3 006 Feuerschlünde,
70 000 Gewehre,
1 900 000 Pfund Pulver,
90 Fahnen den Feinden abgenommen.

Carnot war in der That der „Organisator des Siegs“ gewesen. Und dennoch, kaum hatte er die Feder, mit welcher dieses Blatt zu seinem und des Vaterlandes Ruhm

1) (10, 6).

entworfen worden war, aus der Hand gelegt, so machten sich seine Feinde eifriger denn je an die Vorbereitung von Gewaltmassregeln, welche diesen Liebling der Nation unter die Bühne versenken sollten. Zwar hatte man *Carnot* am 28. Mai 1797 auf weitere drei Monate zum Direktorialpräsidenten gewählt; allein nach Ablauf dieser Zeit wurde er durch einen seiner Gegner verdrängt. Unter den Kollegen *Carnot's* waren drei seine erklärten Feinde ¹⁾: Reubell, der Schutzheilige aller des Diebstahls und der Unterschlagung Angeklagten, Barras, die Zuflucht einer Rotte von übelbeleumundeten Priestern, und Larevellière, das Oberhaupt einer Schar von schamlosen Priestern. Aus ihrer Umgebung floss das Gift des Neides und der Verleumdung unerschöpflich in alle diejenigen Sphären, deren Vertrauen zu *Carnot* man erschüttern wollte. Und *Carnot* musste es erfahren ²⁾:

„Parmi tous les fléaux de l'ordre social,
Qui tyrannisent l'homme, empoisonnent sa vie,
Etouffent dans son coeur tout sentiment moral,
Aucun n'est comparable au serpent de l'envie.“

Am frechsten verfuhr Barras, der ausser den oben berührten Eigenschaften auch noch die Titel eines scheinbaren Protektors und Vertrauten, sowie eines wirklichen besoldeten Werkzeugs Bonapartes auf sich vereinigte. Dieser führte am 4. September 1797 den, wie er glaubte, tödtlichen Schlag gegen *Carnot*. Letzterer war wiederholt gewarnt, ja sogar aufgefordert worden, das giftige Gewürm mit einem wuchtigen Fusstritt zu zermalmen — und dies wäre zweifellos in seiner Macht gestanden. Aber sei es, dass er die Menschen für zu ehrlich hielt ³⁾ und deshalb, wie Napoleon auf Helena sagte, „sehr leicht zu täuschen“ war, oder dass er, wie es seinem Charakter entsprach, die ihm anvertraute Position im Interesse des Landes auf gesetzlichem Wege bis aufs äusserste verteidigen wollte, — er blieb in seiner

1) (7, II, 87).

2) (22, 38).

3) (7, II, 129).

Wohnung und besorgte unbeirrt die Amtsgeschäfte. Das Einzige, was er zu seiner Sicherheit that, war, dass er sich einen Schlüssel zu dem Garten seines Palastes verschaffte. Als in der Nacht die von Barras gedungene Truppe das Mordhandwerk beginnen wollte, trat ihr Feulins mit gespannten Pistolen entgegen, während sein Bruder durch eine Hinterpforte entwich und sich erst in Paris, dann in St. Cloud verbarg. — Bezeichnend ist der Eindruck, den dieses Ereignis auf den Gesandten des Sultans machte ¹⁾. Dieser begriff wunderbar gut, wie die Despoten die Volksvertreter hatten festnehmen können. Seine erste Frage war, wie viele Köpfe auf den Mauern des Palastes aufgepflanzt seien. Allein er brauchte zwei ganze Tage, um zu verstehen, wie man zwei Mitglieder der Exekutivgewalt hätte festnehmen können. Er rief aus: „Seit dem grossen Propheten bis zu diesem Augenblick habe ich nie sagen hören, dass sich ein Mufti die Arme abgehauen hätte.“

Am 2. Dezember gelang es *Carnot*, verkleidet aus St. Cloud zu entkommen; er erreichte nach einiger Zeit ohne weiteren Unfall Genf.

Unterdessen hatte man sich beeilt, das Direktorium in der Person von François de Neufchâteau mit einer weiteren Null zu versehen und dadurch dessen Wert und Ansehen noch mehr zu verringern. Die erste That des „gereinigten“ Direktoriums war, dass *Carnot* zur Deportation verurteilt wurde. Ebenso ward er aus dem Institut ausgestossen und hier durch seinen „Freund“ Bonaparte ersetzt, der diese Ehre begierig annahm und fortan häufig bei feierlichen Sitzungen in der Amtstracht der Institutsmitglieder erschien, um sich zwischen Lagrange und Laplace niederzulassen.

Von Genf aus, wo *Carnot* durch die Spione des Direktoriums beunruhigt wurde, gieng der Geächtete nach Nyon.

1) (6, 268).

Dort war er, als Bonaparte auf seinem Weg aus Mailand zum Kongress von Rastatt das Städtchen passierte. Zu Ehren des Siegers wurden die Strassen beleuchtet; auch *Carnot* stellte Kerzen vor sein Fenster. Einige Tage später liess Bonaparte den Genfer Banquier Bontems verhaften und für Monate einkerkern, weil er im Verdacht stand, *Carnot* zur Flucht verholfen zu haben, und doch hatte dieser das verfolgte Direktorialmitglied nie gesehen.

In der Schweiz erhielt *Carnot* einen Pass auf den Namen Jacquier; er reiste über Lausanne, Vevey, Bern nach Süddeutschland und blieb unter dem angenommenen Namen erst in Augsburg, dann in dem einige Meilen entfernten Dorf Lützelburg. In einer Buchhandlung erreichte ihn zufällig der Bericht, welchen Bailleul über die Gründe von *Carnot's* Aechtung verfasst hatte. Nach Hause gekommen, warf *Carnot* (im Mai 1798) in einem einzigen Zuge, denn „der Zorn hatte ihm die Ader geöffnet ¹⁾“, als Abwehr die „Réponse à Bailleul“ ²⁾ aufs Papier.

Sie bildet eines der bezeichnendsten Schriftstücke aus der Tageslitteratur jener Epoche. Beissende Satire, leidenschaftliche Hitze, der Ausdruck innerster Empörung über die freche Verleumdung, gewaltige Schläge mit dem Hammer der Wahrheit auf den thönernen Koloss der Lüge, Worte der erhabendsten Vaterlandsliebe — das ist *Carnot's* „Antwort“, ein Brandpfeil, geschleudert aus grosser Ferne, aber das ganze Lügengebäude seiner Feinde mit heiligem Feuer verzehrend. — Nur einige Proben aus diesem weithin-schallenden Entrüstungsschrei:

„Endlich ist mir ein Exemplar des Berichts von Bailleul über die Verschwörung vom Fruktidor zugekommen. Ich habe mich

1) (7, II, 189). — 2) Deutsch *Carnot's* Antwort auf den im Namen einer Kommission erstatteten Bericht über die Verschwörung vom 18. Fruktidor. Hamburg. Vollmer 1799. — *Carnot's* Rechtfertigung vor dem Richterstuhle Europens. Wien. Degen. 1799.

beeilt, in diesem Bericht zu suchen, ob etwas mich persönlich betreffen könnte; ich habe in der That gefunden, dass die Kommission mich einer besondern Aufmerksamkeit gewürdigt hat, und dass sie meine vorgeblichen Verbrechen in ohngefähr 12 Linien des Textes und 45 Linien der Anmerkungen niedergelegt hat.

Ich weiss nicht, ob sie im ganzen übrigen Bericht auch so wahrheitsliebend ist, wie in dem Artikel, der mich betrifft; aber ich beginne mit der Erklärung, dass dieser Artikel nur ein einziges Gewebe von abscheulichen Betrügereien ist, das den Charakter wohlüberlegter Falschheit und ausgesprochenster Hinterlist trägt¹⁾.

„Wohlan, ich, der ich weit vom Kabinet der Minister entfernt bin, der ich mich in ein Dorf im Herzen Deutschlands zurückgezogen habe, ich will Bailleul beweisen, dass die Schriftstücke, von denen er behauptet, sie seien in den Ministerien niedergelegt, und er habe sie gesehen und gelesen, gar nicht existieren, ich will Bailleul beweisen, dass eine Menge anderer vorhanden ist, welche zeigen, dass die Thatsachen seinen Behauptungen diametral entgegengesetzt sind; ich will Bailleul beweisen, dass er der feigste und gemeinste aller Betrüger ist“²⁾.

„Nach sechsmonatlicher Untersuchung also, mit Hilfe all dieser bezahlten Fälscher, hat das republikanische Direktorium es endlich dahin gebracht zu entdecken:

- 1) ich habe geleugnet, dass es Mordthaten gebe;
- 2) ich habe mich der Absetzung Willot's widersetzt;
- 3) ich habe Pichegru täglich insgeheim empfangen;
- 4) ich habe die Könige und den Kaiser in Schutz genommen;
- 5) ich habe die politische Existenz des Papstes unterstützt;
- 6) ich habe aus allen Eroberungen Königreiche machen wollen;
- 7) ich habe Holland opfern wollen;
- 8) ich habe verhindern wollen, dass man Kehl bis aufs äusserste verteidige;
- 9) ich habe den Uebergang über den Rhein erst befohlen, nachdem ich Kenntniss von dem Frieden von Leoben gehabt habe;
- 10) ich habe, um die Republik im Ausland zu schädigen, vorgeschlagen, keine Gesandten an die fremden Höfe zu schicken.

Jetzt frage ich: Verdient eine solche Anklageschrift nicht, dass man ihren Verfassern ins Gesicht speit; dass man sie auf allen Plätzen und an allen Strassenecken peitscht; dass man ihnen auf den Rücken und den Bauch die Worte brennt: „Betrüger, Räuber, Mörder!“ dass man sie die Unsterblichkeit geniessen lässt, welche sie im Pantheon des Marat verdient haben? Ist die Straflosigkeit

1) (11, 3).

2) (11, 9):

dieser Ungeheuer nicht ein unumstösslicher Beweis dafür, dass Frankreich unterjocht ist ¹⁾)?“

„Es giebt gewiss keinen heuchlerischeren und sittenloseren Menschen als Réveillère. Die Natur hatte ihn übelriechend und missgestaltet gemacht, wohl in der Absicht, die sich ihm Nähernden vor der Falschheit seines Charakters und der tiefen Verderbnis seines Herzens zu warnen. Ich werde mich mein Leben lang an das Menschenfresserlächeln erinnern, mit welchem er in seiner Eigenschaft als Präsident die Sitzung des Direktoriums am 17. Fruk- tidor aufhob. Er wusste, dass das meine letzte sei; er glaubte, in wenigen Stunden werde von mir nur noch ein blutiger Leichnam übrig sein. Welch hässliches Gespenst! Ein Dolch schien aus jeder Ecke seines Gesichts hervorstürzen; sein Kopf war über seine Schultern vorgebeugt; seine fast trübe gewordenen Augen blickten schief; seine Wangen zuckten konvulsivisch, und seine halb geöffneten Lippen verlängerten sich wie bei der Annäherung eines mit dem Blut des Opfers gefüllten Bechers ²⁾“.

„Ich habe im Wohlfahrtsausschuss das Glück gehabt, zur Rettung der Republik durch Vertreibung der Feinde beizutragen: meine Belohnung war eine verabscheuungswürdige Verfolgung. Im Direktorium habe ich dazu beigetragen, sie neuen Gefahren zu entreissen: meine Aechtung vom Fruk- tidor ist mein Sold gewesen. Uebrigens wusste ich, dass die Republikaner undankbar sind; aber ich wusste nicht, dass diejenigen, welche sich Republikaner nennen, es individuell so sehr sind, wie ich es erfahren habe ³⁾“.

„Der Tiger der Anarchie kaute schon lange leer: es ist für ihn ein unaussprechlicher Genuss gewesen, als ihm das Direktorium zwei seiner eigenen Mitglieder vorwarf, um seinen Heisshunger zu stillen, als er denjenigen in seinem Rachen fühlte, der ihn hatte so lange fasten lassen, den einzigen unter allen Direktorialmitgliedern, der die Freiheit um ihrer selbst willen liebte, der ihr wirkliche Dienste geleistet hätte Ich habe die lange Ausübung der mir anvertrauten Gewalt nicht missbraucht, um Reichtümer zu sammeln, oder um meinen Kindern einträgliche Stellen zu schaffen; meine Hände sind rein, mein Herz ist unschuldig. O Frankreich, o mein Vaterland, o grosses Volk! Auf deinem Boden hatte ich das Glück geboren zu werden; ich kann erst aufhören D e i n zu sein, wenn ich aufhöre zu sein. Du umfassest alle Gegenstände meiner zärtlichen Liebe: Das Werk, zu dessen Gründung meine Hände beigetragen haben; den ehrwürdigen Greis, der mir das Leben schenkte; eine fleckenlose Familie; Freunde, welche den Grund meines Herzens kennen, welche wissen, ob es jemals einen andern Gedanken nährte

1) (11, 104).

2) (11, 156).

3) (11, 171).

als den des Glücks seiner Landsleute, ob es je einen andern Wunsch hegte als den Deines unsterblichen Ruhms, Deines bleibenden Gedeihens. Empfange diesen Wunsch, welchen ich täglich erneuere, welchen ich in diesem Augenblicke an all das richte, was du an ehrbaren und tugendhaften Seelen enthälst, an alle diejenigen, welche in ihrem Innern den heiligen Funken der Freiheit bewahren! Ich endige mit dem Gebet der Spartaner:

O Götter, gebt, dass wir die Ungerechtigkeit ertragen lernen ¹⁾.“

In Augsburg war *Carnot* wiederholt erkannt worden. Um ungestört leben zu können, gieng er nach Nürnberg. Hier drang die Nachricht von dem neuen Staatsstreich des 9. November 1799 zu ihm. Allgemein verlangte man in Frankreich die Rückberufung der Geächteten. Der Konsularbeschluss gab diesem Wunsche nach mit dem Vorbehalt der Stellung unter Polizeiaufsicht.

Unter dem Konsulat und dem Kaiserreich. *Carnot* erhielt die Erlaubnis zur Rückkehr am 24. Dezember 1799. Es wurde ihm Paris als Wohnort angewiesen, jedoch die Polizeiaufsicht über ihn bald aufgehoben. Bei der Reorganisation der Militärverwaltung suchte man aus seiner Erfahrung und Popularität Nutzen zu ziehen; in dieser Absicht ernannten ihn die Konsuln zum Generalinspektor der Revüen, welches Amt *Carnot* nur ungern übernahm, da er in der Verbannung angefangen hatte, sich mit mathematischen Arbeiten zu beschäftigen. Am 26. März 1800 kam *Carnot* als Ersatz für Le Roy wieder ins Institut; am 2. April ernannte ihn Bonaparte, der öffentlichen Stimme gehorchend, zum Kriegsminister. In dieser Eigenschaft berief *Carnot* seinen Bruder Feulins, damals Generalinspektor der Festungen, als Privatsekretär zu sich. Im Mai hatte der Kriegsminister von Bonaparte die schwierige Aufgabe erhalten, zu Moreau an den Rhein zu gehen, um diesen für die Abgabe eines Truppenteils, welcher bei den Operationen in Italien mit-

1) (11, 259).

wirken sollte, günstig zu stimmen. *Carnot* traf mit Bonaparte in Lausanne zusammen und reiste dann sofort über Dijon und Nolay nach Paris zurück. — Für diese Mission, bei welcher ein gewisser Glanz entfaltet werden sollte, hatte *Carnot*, mit einem Gefolge von 9 Personen reisend, 24 000 Frs. erhalten. Der sparsame Kriegsminister brachte 10 000 Frs. zurück; der Verwalter des Staatsschatzes kam in Verlegenheit, wie er diese Einnahme buchen sollte.

Als Kriegsminister war *Carnot* milde, gerecht und unbestechlich: er wies 50 000 Frs. Geschenke von Armee-lieferanten zurück. Am 22. September hielt er eine Rede bei der Ueberführung der Asche Turenne's in den Invalidendom. — Mehr und mehr hatte *Carnot* die Beobachtung gemacht, dass Bonaparte nach der Selbstherrschaft strebe, und da er in richtiger Erkenntnis der Sachlage fühlte, dass sein Widerstand erfolglos bleiben werde, so reichte er im August seine Entlassung ein. Dieselbe wurde zwar nicht angenommen, allein schon am 8. Oktober 1800 sah sich *Carnot* genötigt, das Kriegsministerium endgiltig abzugeben. Sein Nachfolger Lacuée schlug den Konsuln vor ¹⁾, *Carnot* zum Divisionsgeneral zu ernennen, allein diese Absicht, den „Major“ *Carnot* für seine Dienste zu belohnen, scheiterte an dem Widerstand Bonaparte's. Im Dezember legte *Carnot* auch sein Amt als Generalinspektor der Revüen nieder und zog sich mit seiner Familie nach St. Omer zurück, wo ihm am 6. April 1801 sein zweiter Sohn Hippolyte geboren wurde. — Nunmehr wandte sich *Carnot* mit neuem Eifer der Wissenschaft zu, ohne auch nur einen Augenblick den Glanz des Ministerpalastes zu vermissen:

„Faut-il qu'avec des palais magnifiques

Je fasse envie à mes concitoyens?

Il faut si peu pour les besoins physiques!

La paix de l'âme est le premier des biens ²⁾.“

1) (5, 478).

2) (22, 86).

Es erschienen jetzt in rascher Folge *Carnot's* bedeutendste Werke: *De la corrélation etc.* (1801), *Géométrie de position* (1803), *Principes fondamentaux etc.* (1803), *Mémoire sur la relation etc.* (1806), *De la défense etc.* (1810). — Auch am Anfang dieser Periode konnte sich *Carnot* nicht ganz von der Politik ferne halten; seine Wähler im Pas de Calais setzten ihn auf die Nationalliste; in Folge hiervon kam er durch den Senat ins Tribunat (27. März 1802). Hier wirkte *Carnot* mit der alten Energie, stets getreu seinen republikanischen Grundsätzen. Er sah, wie sich nach und nach der Plan des ersten Konsuls, den er im Kriegsministerium schon durchschaut hatte, immer deutlicher entwickelte; er fühlte, wie Bonaparte von innerer Unruhe verzehrt, kaum den Tag erwarten konnte, welcher ihn zum Selbstherrscher machen sollte:

„Tel est l'ambitieux; le souci le devore;
Il sèche, il dépérit, il ne voit rien qu'en noir,
Qu'importe ses grands biens? Il aspire au pouvoir;
Et lorsqu'il est au faite, il veut monter encore ¹⁾.“

Jetzt, als Privatmann, konnte sich *Carnot* den freiheitsfeindlichen Störungen direkter widersetzen als seinerzeit im Ministerrat. Die erste Gelegenheit, Bonaparte's Bestrebungen unmittelbar entgegenzutreten, bot die Vorlage, welche die Errichtung der Ehrenlegion bezweckte. Er stimmte mit Nein. Im Jahr 1804 wurde das Tribunat in Masse mit dieser Auszeichnung bedacht, dazu noch ein Regen von Titeln und sonstigen Gunstbezeugungen ausgeschüttet; — *Carnot* erhielt das einfache Band, wies es aber nicht zurück, um unnötiges Aufsehen zu vermeiden. *Carnot* stimmte noch entschiedener, und zwar gegen die dringenden Bitten seiner Freunde, als der einzige im Tribunat gegen die Errichtung des Kaisertums, indem er ins Protokoll schrieb: „Und sollte ich auch meine Proskription

1) (22, 56).

unterschreiben, nichts kann mich zwingen, meine Gefühle zu verheimlichen. Nein ¹⁾!“ Auf Drängen der Tribunen wurde ein ganz neues Protokoll angelegt, und *Carnot* willigte darein, aber er bestand auf seinem „N e i n“, was ihm Napoleon nie verzieh.

Nach der Unterdrückung des Tribunats zog sich *Carnot* völlig ins Privatleben zurück. Mehrere Jahre wohnte er, Sommers auf seinem Landgut bei La Ferté-Alais, Winters in Paris, und alle Zeit, welche nicht durch wissenschaftliche Arbeiten, Berichte fürs Institut und die Thätigkeit im Verwaltungsrat der polytechnischen Schule in Anspruch genommen war, widmete er der Erziehung seiner Kinder. Auch während dieser Jahre gab es Leute, welchen *Carnot* immer noch gefährlich zu sein schien. Wiederholt denunzierte man ihn beim Kaiser; allein dieser mag wohl insgeheim sich selbst gestanden haben: ohne *Carnot* kein Napoleon, und überdies kannte er die Ehrenhaftigkeit seines Gegners zu gut, um glauben zu können, dass er ihn im Rücken angreifen werde. Napoleon wies alle diese Verdächtigungen zurück, einmal mit den Worten ²⁾:

„*Carnot* ist kein Verschwörer, aber Sie, mein teurer Herzog, sind ein Dummkopf.“ In einer Zeit besonders guter Laune verwilligte der Kaiser auf Anregung des Herzogs von Bassano dem ehemaligen Kriegsminister *Carnot* eine Pension von 10 000 Franken. Gleichzeitig wurde ihm der Auftrag zur Abfassung des Werkes über die Verteidigung der Festungen.

Zwei schmerzliche Ereignisse störten den Frieden dieses Stilllebens in La Ferté-Alais. *Carnot's* älterer Bruder Claude-Marguerite, Generalprokurator in Dijon, starb 1808 am Schlagfluss während einer Verhandlung auf seinem Sitz, indem er seinen Kollegen die Worte zurief: „Ihr sollt sehen,

1) (7, II, 236).

2) (7, II, 271).

wie man mutig vom Leben zum Tode geht ¹⁾.“ Fünf Jahre später hatte *Carnot* das Unglück, seine Frau zu verlieren.

Die Jahre 1814 und 1815. Als die feindlichen Heere im Beginn des Jahres 1814 die Grenzen überschritten, bot *Carnot* dem Kaiser seine Dienste an, und zwar in einem Brief, dessen Mahnworte den Empfänger lebhaft erregten. Trotzdem wurde unter dem Druck der Ereignisse seine bekannte Arbeitskraft mit Freuden angenommen. Napoleon empfing *Carnot* sehr freundlich, ernannte ihn, der bis jetzt noch Major war, zum Divisionsgeneral und übertrug ihm den wichtigen Posten der Verteidigung Antwerpens gegen die Engländer, Preussen und Schweden. In dieser Stadt wurde *Carnot* von der Einwohnerschaft voll Vertrauen empfangen. Er sorgte für Ordnung, liess für den Kleinverkehr besonderes „Belagerungsgeld“ schlagen und schonte die Vorstädte, deren Zerstörung sein Vorgänger beschlossen hatte. Die Verteidigungsmassregeln waren so erfolgreich, dass der Feind keine Vorteile errang. Nach der Abdankung Napoleons nahm *Carnot* am 1. Mai 1814 Abschied von den Bewohnern der Festung. Diese brachten ihre Dankbarkeit dadurch zum Ausdruck, dass sie ihm zu Ehren einen Denkstein errichteten, welchen aber die Reaktion nächtlicher Weile wieder entfernen liess. Erst am 20. Mai 1834 wurde dieses Denkmal von der Stadt wiederhergestellt und ihm in goldenen Buchstaben die Aufschrift gegeben ²⁾:

„Dem General *Carnot* die dankbare Stadt Antwerpen.“

Carnot reiste von Antwerpen über Furnes, Dünkirchen, St. Omer nach Paris, wurde von dem König und den Prinzen sehr frostig empfangen und suchte sich in seinen wissenschaftlichen Arbeiten Vergessenheit zu erringen. Allein mit jedem Tag mehrten sich diejenigen, auf welche *Carnot's* Wort gieng:

1) (5, 479).

2) (7, II, 344).

„ <i>Tout se paye en Louis,</i>	<i>Quoi qu'on en dise,</i>
<i>Bienveillance, justice,</i>	<i>Oui, je le soutien,</i>
<i>Faveurs et bénéfice;</i>	<i>Car, c'est l'or seul qu'on prise,</i>
<i>Chaque chose a son prix.</i>	<i>Et sans l'or on n'a rien ¹⁾.</i> “

Es mehrten sich ebenso die reaktionären Thaten des bourbonischen Hofs. *Carnot* glaubte, seine reiche und lange Erfahrung dazu benützen zu müssen, in versöhnlicher Weise der Regierung den Rat eines treuen Vaterlandsfreundes zu geben ¹⁾. Er vereinigte etliche Partien einer schon entworfenen Arbeit zu einer kurzen Flugschrift mit dem Titel: „Des caractères d'une juste liberté et d'un pouvoir légitime,“ und diese sollte anonym erscheinen. Die Polizei kam hinter das Geheimnis, die Platten wurden zerstört, der Autor aber war noch unbekannt. Um nun jeden falschen Verdacht auszuschliessen, teilte *Carnot* dem Polizeidirektor Beugnot mit, dass er der Verfasser sei. Dieser forderte *Carnot* auf, seine Abhandlung dem König persönlich durch ihn überreichen zu lassen; *Carnot* willigte ein, nachdem der Titel in „Mémoire au Roi“ umgeändert und einige scharfe Stellen gestrichen worden waren. Nach einigen Tagen erhielt *Carnot* die Antwort, der König habe sein Mémoire gelesen und gesagt: „Der Autor hat uns nicht geschont, aber das Werk ist das eines Ehrenmannes und eines guten Bürgers.“ Allein S. Majestät wünsche den Druck nicht. *Carnot* versprach zu schweigen. Plötzlich erfuhr er, dass der dem König übersandte Aufsatz einer Druckerei übergeben worden sei (wahrscheinlich von Beugnots Freunden, welche die Regierung ohne Gefährdung ihrer Stellung zur Besinnung zu bringen hofften). *Carnot* teilte sofort den Zeitungen mit, die Veröffentlichung sei gegen seinen Willen geschehen, allein die Zensur unterschlug diese Notiz. Durch das Gericht wurde nun festgestellt, dass *Carnot* dem Druck fern

1) (7, 444). 2) (7, II, 368 ff.).

stehe, und bestimmt, die Polizei habe auf alle erreichbaren Exemplare Beschlag zu legen. Allein einige derselben entgingen den Nachforschungen, wurden, durch Abschreiben vervielfältigt, in Umlauf gesetzt und mit hohen Summen bezahlt.

Der Eindruck dieser Schrift war überall ein ganz ungewöhnlicher, theils wegen des Verfassers Bedeutung, theils durch die begleitenden Umstände. Varnhagen von Ense zeigte sie mit folgenden Worten an: „Dieses Mémoire ist nicht ein blosses litterarisches Erzeugnis, sondern der persönliche Ausdruck eines hochstehenden Bürgers, welcher sich als aufrichtiger Patriot berufen fühlt, den Rat seiner Vernunft und seiner Erfahrung einer neuen schwankenden Regierung zu geben, welche gefährliche Wege wandelt; er erfüllt diese Pflicht auf eine Art, welche seiner Vergangenheit, seiner mutigen Unterthanentreue würdig ist ¹⁾.“

Vor der „Antwort an Bailleul“ hat die „Denkschrift“ den ruhigeren, wohl überlegten Ton ernster, massvoller Entschlossenheit, sowie eine, durch beigemischte leichte Ironie gewürzte Bündigkeit der Sprache voraus. Sie trägt das Motto aus Racine:

„Bientôt ils vous diront que les plus saintes lois
Maîtresses du vil peuple, obéissent aux Rois;“

und enthält folgende bemerkenswerte Stellen ²⁾:

„Der Zustand der Gesellschaft, so wie wir ihn jetzt sehen, ist eigentlich nur ein beständiger Kampf zwischen der Begierde zu herrschen, und dem Bestreben, sich dem Beherrschtwerden zu entziehen. Wir glaubten das Phantom der nationalen Glückseligkeit erfaßt zu haben; wir glaubten, es sei möglich, eine Republik ohne Anarchie, eine unbeschränkte Freiheit ohne Unordnung, ein vollkommenes System der Gleichheit ohne feindliche Parteien zu erreichen. Die Erfahrung hat uns grausam enttäuscht. Was! sagen jene Ueberläufer, sind nicht sie die Königsmörder, welche für den Tod des Königs gestimmt haben? Nein, die sind es! welche die Waffen gegen ihr Vaterland ergriffen

1) (7, II, 373).

2) (12).

haben, ihr seid es! Die andern haben als die von der Nation eingesetzten Richter abgestimmt, und sie sind wegen ihres Urteils niemanden Rechenschaft schuldig. Wenn sie sich getäuscht haben, so sind sie in demselben Fall wie alle andern Richter, die irren; sie haben sich dann geirrt mit der ganzen Nation, welche das Urteil veranlasst hat, welche nachher durch Tausende von Adressen der Gemeinden ausdrücklich zugestimmt hat; sie haben sich geirrt mit allen Völkern Europas, die mit ihnen unterhandelten, und welche noch mit ihnen Frieden hätten, wenn nicht sowohl die einen wie die andern Opfer eines neuen Parvenu geworden wären.“

„Was euch Minister anbetrifft, die ihr das Vertrauen Seiner Majestät genießet, die ihr es zweifellos durch eure Einsicht und eure Ergebenheit für seine geheiligte Person verdient: ihr versteht es nicht ihm Freunde zu gewinnen. Habt ihr schon vergessen, dass Napoleon nur deshalb so weit herabgestürzt ist, weil er niemals erlaubt hat, dass man ihm oder dem französischen Volk die Wahrheit sage? Gehört es zur Würde eines Fürsten, wegen einiger dunklen Ausdrücke in der gesetzmässigen Verfassung das Volk zu drücken, wie wenn der König schon bedauern würde, sie uns gegeben zu haben? Und wenn Zweifel möglich sind, müssen diese von ihm herstammenden Ausdrücke nicht immer auf die liberalste Weise gedeutet werden? Muss ein König nicht immer lieber über ein von ihm gegebenes Versprechen hinausgehen, als hinter den berechtigten Erwartungen zurückbleiben? Und solltet ihr ihn nicht unaufhörlich an jene herrliche Stelle in der Proklamation seines Ahnen Heinrichs IV., des Königs von Navarra, erinnern:

Wer kann von dem König von Navarra behaupten, er habe jemals sein Wort nicht gehalten?“

Einige der „Denkschrift“ angehängte Bemerkungen sind ganz geeignet, durch schroffen Kontrast zu wirken. Man liest hier:

„Ludwig XVIII. an die Franzosen! Der Augenblick ist endlich gekommen, wo die göttliche Vorsehung bereit zu sein scheint, das Werkzeug ihres Zornes zu zerbrechen: Der Usurpator des Thrones des heiligen Ludwig, der Verwüster Europas, erfährt seinerseits den Wechsel des Schicksals.“

Proklamation des Bruders des Königs:

„Wir, Karl Philipp von Frankreich, Generalleutnant des Reichs, an alle Franzosen — Gruss zuvor.

Franzosen, der Tag Eurer Befreiung naht. Keine Tyrannen, keine Kriege, keine Konskriptionen mehr!“

F i n k, Carnot.

Artikel 8 der Verfassung:

„Die Franzosen haben das Recht, ihre Meinungen veröffentlichen und drucken zu lassen, mit Berücksichtigung der Gesetze, welche den Misbrauch dieser Freiheit unterdrücken sollen.“

Nachdem die Dinge einmal so weit gekommen waren, that sich *Carnot* keinen Zwang mehr an. Er schrieb wiederholt in mehrere vielgelesene Zeitungen Artikel, die ein ähnliches Ziel verfolgten, wie Fichtes „Reden an die deutsche Nation.“ So erschienen z. B. im *Censeur européen* „Betrachtungen über die Mittel, den Nationalgeist in Frankreich zu erwecken.“ Für *Carnot* wurde dadurch die Lage immer bedenklicher. In der Akademie war die Rede von seinem abermaligen Ausschluss, den jedoch für diesmal Laplace und Arago vereitelten. Auf den Todestag Ludwigs XVI. (den 21. Januar) wollte man, wie das Gerücht gieng, die in Paris wohnenden Konventsmitglieder als „Königsmörder“ aus der Welt schaffen. *Carnot* verschanzte sich mit mehreren Freunden in seinem Haus, allein die Nacht verfloss ruhig.

Die Ereignisse giengen rasch ihren Gang. Schon am 20. März 1815 befand sich Napoleon in Paris: *Carnot* war einer der letzten, die es erfuhren, und völlig überrascht von der veränderten Situation. Er hatte dem wiederkehrenden Imperator durch seine „Denkschrift an den König“ den Weg bereitet, ohne es zu beabsichtigen. — Napoleon suchte sich auch auf die republikanisch gesinnten Kreise zu stützen, deshalb liess er *Carnot* nach Fontainebleau bescheiden, um ihm im Verlauf einer langen Unterredung mitzuteilen, er habe ihn zum Minister des Innern ernannt, nicht zum Kriegsminister, um Europa nicht zu reizen, da er durchaus friedliche Absichten hege ¹⁾. Gleich darauf meldete der Erzkanzler Cam-

1) Thiers sagt vom März 1815: „Es blieb nur noch übrig, die Einwilligung des künftigen Ministers des Innern zu erlangen. Allein der wilde *Carnot* (*le sauvage Carnot*) war nicht in den Tuileries.

bacerès an *Carnot*, Napoleon habe ihn zum Grafen ernannt. Der „wilde“ *Carnot* gab auf diesen und auf einen zweiten Brief keine Antwort, unterschrieb nie als Graf, verlangte auch nie sein Patent, das in Folge dessen im Kanzleramt liegen blieb. Später erhielt *Carnot* auch noch die Würde eines Pairs von Frankreich.

In der kurzen Zeit dieser Verwaltung des Ministeriums des Innern hat *Carnot* wie früher in ähnlichen Stellungen erstaunliches geleistet. Er sorgte für Ackerbau, Gewerbe und Verkehrsmittel, für Einführung des von der Geistlichkeit unabhängigen Volksschulunterrichts in Gestalt der auf den gegenseitigen Unterricht gegründeten Bell-Lancaster-schulen. Er führte als Neuerung die strenge Achtung des Briefgeheimnisses durch und drang überall auf Ordnung und gewissenhafte Amtserfüllung ¹⁾.

Mit den Ansichten Napoleons fand sich *Carnot* bald im Widerspruch, fügte sich aber in den Ernst der Lage. Von Anfang an riet er zur Gewährung eines freiheitlichen Verfassungsentwurfs und zur Verschanzung des Heeres hinter dem Gürtel von Festungen — umsonst! Einer seiner Hauptgegner im Staatsrat war der zweideutige Fouché. Auf dessen Antrieb erschien plötzlich ohne *Carnot's* Wissen und Willen eine neue Ausgabe seines „Mémoire au Roi“ mit Weglassung aller Spitzen gegen Napoleon und Verschärfung der gegen Ludwig XVIII. gerichteten Anführungen. Vergeblich verlangte *Carnot* die Einziehung der Schrift; Fouché erklärte höhnisch, er habe dem Buchhändler für die Verbreitung 1500 Franken Belohnung gezahlt.

Als Napoleon von Waterloo in eiliger Flucht nach Paris kam, wollte *Carnot* den Widerstand organisieren. Fouché, der Präsident der Regierungskommission, verlangte unbedingtes Nachgeben, worauf ihn *Carnot* einen Verräter

Einsam in einer Vorstadt von Paris lebend, wusste er noch nichts von der Ankunft Napoleons.“ (16, XIX. 245.)

1) (6, 174 ff.).

und Feigling nannte. Unzweifelhaft kam *Carnot* in Folge dieser Worte als einziger Minister der 100 Tage auf die vom König entworfene, vom Polizeiminister Fouché und Taylleraud begutachtete Proskriptionsliste. *Carnot* ertrug den Schlag ruhig. Erst durch die fortgesetzten lügnerischen Beleidigungen der bourbonischen Presse sah er sich genötigt, zur Feststellung des wahren Sachverhalts wieder die Feder zu ergreifen. Seine Rechtfertigung, das „Exposé de la conduite“ etc., erlebte in wenigen Tagen drei Auflagen.

Diese dritte politische Verteidigungsschrift *Carnot's* ¹⁾ trägt als Motto ein Wort Virgils: „Propius res aspice nostras.“ In ihr weist er alle unwahren Beschuldigungen zurück und verurteilt mit bitterer Schärfe die Feigheit, welche ihn durch Entstellung und Verkehrung der wirklichen Ereignisse zu Grunde zu richten sucht. Auch hiervon einige Proben:

„Ich habe lange gezögert, unter den gegenwärtigen Umständen die Feder zu ergreifen, da ich es nicht liebe, ohne Not über politische Dinge zu schreiben. Ich suche weder von mir sprechen zu machen, noch mich in Vergessenheit zu bringen, weil ich mich mit dem Zeugnis meines Gewissens zufrieden geben kann, und die Verleumdung verachte. Allein die Ordonnanz des Königs vom letzten 24. Juli zwingt mich, das Schweigen zu brechen. Warum bin ich unter allen Ministern und Mitgliedern der Regierungskommission Napoleons als der einzige in diese Ordonnanz eingegriffen? Wenn wir nicht immer derselben Meinung waren über die Mittel, so sind wir es wenigstens immer gewesen über den Zweck, nämlich Frankreich vor der Zerstückelung, und Paris vor der Zerstörung zu retten, die nationale Unabhängigkeit zu sichern und Blutvergiessen zu vermeiden. Ist uns dies gelungen, so sehr die Krise des Augenblicks es erlauben konnte? Ich glaube es; ich berufe mich auf das Zeugnis der Feinde selbst. Habe ich dazu nach Kräften beigetragen? Mein Gewissen sagt es mir, und ich appelliere dieserhalb an die Ehrenhaftigkeit meiner Kollegen, deren Arbeiten ich geteilt habe, und von welchen ich nur durch die Ordonnanz vom 24. Juli getrennt bin. Welches kann der Grund einer solchen Unterscheidung zwischen ihnen und mir sein? Der Vorwand, ver-

1) (21).

mute ich, ist mein *Mémoire au Roi*. Kann man demjenigen, welcher die Ausführung der täglich verletzten Gesetze verlangt, welcher sich gegen den fortwährenden Bruch der feierlichst gegebenen Versprechungen auflehnt, ein Verbrechen daraus machen? Warum müssen denn immer diejenigen, welche heilsame Wahrheiten hören lassen, den Agenten der Gewalt verhasst sein, während die Apostel der Lüge gerne von ihnen gehört werden, wenn sie nur ihren Giftbecher mit Honig zu versüssen wissen?

Ich habe mit meinen Kollegen das Glück geteilt, Paris zu retten, und durch einen Staatsstreich werde ich aus Paris verbannt. Ich habe den Hass Napoleons auf mich geladen, weil ich mich ganz allein seiner ersten Thronbesteigung widersetzt habe, und man rechnet mich unter diejenigen, welche sich verschworen haben ihn wieder auf den Thron zu setzen. Ich habe mich beim König über den Bruch der Verfassung, begangen durch seine Werkzeuge, beklagt, und man behauptet, diese Klagen seien eine Beleidigung Seiner Majestät. Ich war der ärgste Feind Robespierres und man macht mich zu seinem Mitschuldigen. Ich habe mich auf die Bresche gestellt, um die Reaktion zu verhindern, und man sagt, ich hätte sie begünstigt. Ich habe Tag und Nacht damit zugebracht, die Operationen unserer Heere zu unterstützen, und man erzählt, ich hätte während dieser Zeit Proskriptionslisten angefertigt. Ich habe mich niemals um Stellen oder Gunstbezeugungen beworben, und man schildert mich als einen habgierigen und herrschsüchtigen Menschen. Ich liebe und treibe Wissenschaft und schöne Künste, und man versichert, ich habe den öffentlichen Unterricht desorganisieren wollen. Ich habe mein Vaterland abgöttisch geliebt, und bald vielleicht werde ich gezwungen sein, die Grossmut fremder Fürsten um ein Asyl in ihren Staaten anzuflehen.

Verwandte, Freunde, alle liberalen und gemässigten Männer nehmen Teil an meinem Unglück: sie glauben, ich sei in der tiefsten Betrübnis. Mögen sie sich beruhigen; ich kann vor ihren Augen jene grosse allgemein sittliche Wahrheit bestätigen, dass man mit einem reinen Herzen niemals unglücklich ist.“

Carnot zum zweiten Mal in der Verbannung. Die ins Dunkel der Verborgenheit sich flüchtende Menge von Zustimmungserklärungen erzeugte eine öffentlich daherbrausende Flut von Anfeindungen und Bedrohungen, welche um so gefährlicheren Charakter hatte, als man schon damit umgieng, ausserordentliche Gerichtshöfe zur blutigen Ab-

urteilung Widerspenstiger einzusetzen. Daher nahm *Carnot* mit Dank den Pass an, welchen ihm Kaiser Alexander ausstellen liess in der Hoffnung, den berühmten Mann in seine Staaten zu ziehen. Zum Ueberfluss verschaffte ihm Feulins auch einen preussischen Pass. Als *Carnot* den Befehl erhielt, sich nach Blois zur Ueberwachung zu begeben, beschloss er, sich der verhängnisvollen Macht des „weissen Schreckens“ durch die Flucht zu entziehen. In Begleitung seines zweiten Sohnes Hippolyt und einer alten treuen Magd, die ihn nicht verlassen wollte, entkam *Carnot* über Maubeuge, an den Höhen von Wattignies, der Stelle seines ersten glänzenden Erfolgs, vorbei nach Brüssel. Mit einem eigenen kleinen Wagen reiste *Carnot* langsam durch die Rheinlande, durch Württemberg und Bayern nach Wien. Alsdann besuchte er Krakau:

„Son site est pittoresque, et ses vieux monuments
Impriment le respect que consacrent les ans“¹⁾.

Am 6. Januar 1816 kam *Carnot* nach Warschau, wo er sehr gefeiert wurde. Hier erreichte ihn die Nachricht, dass er als Königsmörder verurteilt und zum zweiten Mal aus dem Institut ausgestossen worden sei. Aus Gesundheitsrücksichten, und um eingezogener leben zu können, gieng *Carnot* über Breslau, wo ihn Blücher aufs herzlichste begrüßte, nach Berlin, Frankfurt an der Oder, und endlich zum bleibenden Aufenthalt nach Magdeburg. In Frankreich wurden von Verwandten und Anhängern wiederholt Anstrengungen gemacht, seine Zurückberufung auszuwirken, allein stets erfolglos. Ebenso vergeblich war eine Bitte *Carnot's* an das Finanzministerium wegen Ausbezahlung der 10 000 Franken, welche ihm die kaiserliche Regierung zugesagt hatte.

In Magdeburg lebte *Carnot* sehr einfach und stille; er gieng selten in Gesellschaft. Seine geistige Erholung bildete die Beschäftigung mit der Befestigungskunst, mit Musik

1) (22, 23).

und Poesie. Manche deutsche Gelehrte überschickten ihm ihre für das Institut bestimmten Arbeiten, deren Uebermittlung ihm ein Vergnügen machte. Nicht selten empfing *Carnot* die Besuche berühmter Durchreisenden; unter ihnen befanden sich der Philosoph Hegel und Niemayer, Kanzler der Universität Halle. — Aus Anlass der Nachricht vom Tode Napoleons (5. Mai 1821) schrieb *Carnot* seinen letzten Meinungsausdruck über die gefallene Grösse ¹⁾: „Man sieht nicht ungerührt einen Koloss stürzen; aber ich gestehe, dass im allgemeinen in der Politik die Individuen für mich wenig bedeuten. Ich betrachte sie nur von dem Gesichtspunkt aus, wie viel Gutes oder Böses sie ihrem Lande zugefügt haben; und ganz abgesehen von seinem militärischen Unheil: wenige Menschen haben auf ihr Vaterland einen verhängnisvolleren Einfluss ausgeübt als Napoleon, trotz wunderbarer Gaben, eines durchdringenden Blicks, eines unbeugbaren Willens, einer starken und manchmal grossmütigen Seele.“

Nunmehr nahmen *Carnot's* Körperkräfte langsam ab. Er starb am 2. ^{August} Oktober 1823, als 70jähriger Greis, wurde nach drei Tagen um Mitternacht bei Fackelschein in einem Gewölbe der Johanniskirche beigesetzt und sein Sarg einige Jahre später auf den bürgerlichen Gottesacker übergeführt. Am 10. Juli 1889 beschloss die französische Kammer die Verbringung der Ueberreste *Carnot's* ins Pantheon. Dieselben wurden von Magdeburg durch einen Enkel und Ur-enkel (den Bruder und Sohn des ermordeten Präsidenten *Carnot*) nach Paris begleitet und am 4. August 1889 im Triumph zur Stätte der berühmten Toten verbracht.

Charakterschilderung. *Carnot* ist einer der hervorragendsten Männer seiner Zeit gewesen. Diesen Eindruck

1) (7, II, 617).

hat er sogar auf solche gemacht, die ihn nicht persönlich kannten und keine Freunde der Revolution waren. Unter den letzteren urteilt der Historiker Niebuhr wie folgt über ihn ¹⁾: „*Carnot* ist gewissermassen der grösste Mann dieses Jahrhunderts. Seine Tugend ist auserlesener Art; meine politischen Ideen weichen von den seinigen ab, und meine Liebe für ihn scheint eine Anomalie, aber diese Liebe besteht. Wenn mir auf der Welt nur noch ein Stück Brot bliebe, so wäre ich stolz, es mit *Carnot* zu teilen.“ Das Aeussere *Carnot's* verriet schon einen bedeutenden Geist. Körte, der viel mit ihm umgegangen ist, sagt ²⁾: „*Carnot* ist grosser Gestalt und edler Haltung, sein Antlitz regelmässig geformt und voll Ausdrucks; die Stirne breit, hoch und gewölbt, die Augen blau, klar und ruhig durchschauend; die Nase kraftvoll und streng, der Mund fein geschlossen und mit einem Zuge von wohlwollender Heiterkeit. Seine Rede ist rasch und feurig, sein Vortrag klar, voll Witz und gewinnend. Die Muskeln der regsamen Stirn und Wangen scheinen zuweilen die Gedanken gleichsam im voraus aus der Tiefe heraufzubannen. Der Ausdruck des ganzen Antlitzes ist ruhiges Selbstvertrauen, geistreich, weniger vorsichtig als kühn, nicht lauschend, aber forschend, nicht mistrauisch, aber erwägend. Die bewegliche Stirn verrät zuweilen plötzliche Heftigkeit, die Ruhe des Auges aber bleibt dieselbe, und die Anmut des Mundes wird nie gestört.“

Von seinem Vater kennt Hippolyt 27 meist unzutreffende bildliche Darstellungen. Ganz in Uebereinstimmung mit Körtes Schilderung ist das Titelbild in „*Carnot's* Leben von seinem Sohn.“

Vom Vater sind auf *Carnot* die Eigenschaften eines vortrefflichen Familienoberhauptes vererbt worden. Er hatte eine hohe Meinung von den Frauen:

1) (7, I, 52).

2) (17, 350).

„*La femme forte est, dit le sage,*
Le plus beau présent que du ciel
Puisse recevoir en partage
Un être sensible et mortel. *C'est dans le sein de sa famille,*
C'est au milieu de ses enfants
Que sans contrainte en elle brille
*La fleur des plus doux sentiments*¹⁾.“

Alle übrige Zeit widmete *Carnot* seinen Kindern und ihrer Erziehung. Er wirkte darauf hin, die spielende Beschäftigung bald durch nützliche Arbeit zu ersetzen. Sein Unterricht begann mit der Naturgeschichte, weil sie die Kinder besonders interessiert und Gelegenheit giebt, ihnen frühzeitig den Zeichenstift in die Hand zu geben. Die lebenden Sprachen übte *Carnot* mit seinen Kindern durch das laut gelesene Thème, die klassischen Sprachen durch die geschriebene Version. Er sagte: „Diejenigen Sprachen, welche man sprechen will, müssen durch Uebung des Worts erworben werden; aber wenn das Studium des Lateinischen zum Zweck hat, unsern Geschmack zu bilden, was gewinnen wir durch Komponieren schlechten Lateins, anstatt gutes zu lesen?“²⁾

In der Gesellschaft war *Carnot* angenehm und anregend, im Ausdruck seiner Meinungen rücksichtsvoll und bescheiden, letzteres sogar da, wo er sich seines Wertes voll bewusst sein konnte. Diese Bescheidenheit liess in ihm keinen Gedanken an die Abfassung von Denkwürdigkeiten aufkommen; sie findet wiederholt Ausdruck in den wissenschaftlichen Arbeiten. Die „*Géométrie de position*“ enthält die Stelle: „Es liegt in der Natur der mathematischen Wahrheiten, oft durch verschiedene Hilfsmittel von mehreren Personen beinahe gleichzeitig entdeckt zu werden, und ich kann nur erfreut darüber sein, mich mit Lhuillier begegnet zu haben³⁾.“ Ueber die „*Défense*“ schreibt er an Feulins: „Ich glaube in meinem Werk die wahren Grundsätze auseinanderzusetzen zu haben; was die Anwendungen und Einzel-

1) (22, 80).

2) (7, II, 276).

3) (9, 306).

heiten betrifft, kann ich mich getäuscht haben. Mit der Zeit nur gelangt man zur Vollkommenheit ¹⁾.“ *Carnot's* Freundlichkeit und Wohlwollen galt allen Guten und Bedrückten; überall suchte er zu helfen, im Kleinen und im Grossen. Der Vauban-Preis hatte ihm zwei goldene Medaillen eingebracht. *Carnot* verpfändete beide, um einer sehr ehrenwerten, aber in der äussersten Bedrängnis lebenden Familie in Dijon aus der Not zu helfen. Nach monatelangem Sparen gelang es ihm, die Medaillen wieder einzulösen und alsdann bewahrte er sie sorgfältig auf. — Namentlich in der Zeit des „roten Schreckens“ entriss *Carnot* zahlreiche Verurteilte den blutgierigen Henkern.

Carnot's religiöses Leben war das eines gerechten und aufgeklärten Mannes. Er besass ein unerschütterliches Gottesbewusstsein. „Das höchste Wesen leugnen heisst die Existenz der Natur leugnen, denn die Naturgesetze sind die höchste Weisheit selbst. . . . Es sollte auf der Erde weder Gerechtigkeit, noch Menschlichkeit, noch Vaterlandsliebe, noch Trost für den Leidenden, noch Hoffnung auf eine bessere Zukunft geben? Wohlan! alle diese Dinge zusammen sind das höchste Wesen.“ Sein ganzes Leben lang hat er es bewiesen: „Die allgemeine Duldung ist das einzige Dogma, welches ich bekenne. Ich verabscheue den Fanatismus. Ich glaube, dass man die Menschen nicht töten darf, um sie zum Glauben zu zwingen, und dass man sie auch nicht töten darf, um sie zu verhindern zu glauben, sondern dass man Nachsicht mit den Schwächen anderer haben muss, weil jeder von uns die seinigen hat, und dass man den Vorurteilen Zeit lassen muss, sich abzunützen, wenn man sie durch die Vernunft nicht heilen kann ²⁾.“ Den schönsten, aber auch schärfsten Ausdruck der Verurteilung aller finstern Geistesmächte des Glaubenszwangs und der Intoleranz enthält *Carnot's* „Harangue de Satan aux

1) (7, II, 267).

2) (6, 198 ff.).

grands de son empire“ ¹⁾), welche mit folgender Aufforderung an die Kinder der Hölle schliesst:

„Consultez sur ce point les fils de Loyola;
Feuilletez Bellarmin, Bauny, Mariana:
Instruisez-vous à fond de leur probabilisme,
De leur duplicité, de leur prosélytisme.
Il faut bien l'avouer: ces pères de la foi,
Dans l'art de tout corrompre en savent plus que moi.
N'épargnez, ainsi qu'eux, ni serments, ni parjures,
Ayez toujours en main deux poids et deux mesures
Nul ne sut aussi bien que ces hommes pervers
Joncher d'aimables fleurs la route des enfers.
Des dévots charlatans employez le prestige;
Répandez sur le globe un esprit de vertige:
Soyez les confesseurs de tous les souverains,
Et gouvernez par eux le reste des humains.

Ainsi parla Satan: les voûtes en frémirent,
Et par des cris affreux les démons applaudirent.“

War *Carnot* ein revolutionärer Charakter? Nein. Er hat die Revolution nicht vorhergesehen, nicht gewünscht und noch weniger gemacht. Sein ganzes politisches Verhalten entsprach unter allen Umständen seines vielbewegten Lebens dem von ihm entdeckten und mathematisch bewiesenen Satz der Mechanik: eine Maschine wirkt nur dann am vorteilhaftesten, wenn in ihrem Gang alle Stösse vermieden werden. Daher war Carnot auch nie der Mann der Insurrektion. Er gehorchte den bestehenden Gesetzen und suchte sie mit gesetzlichen Mitteln gegen Vergewaltigung zu verteidigen. Nie hat *Carnot* einer geheimen Gesellschaft angehört, nie ist er ein Mann der Parteien gewesen. Er wollte sein Vaterland glücklich machen, Frankreich sollte gefürchtet, aber nicht gehasst sein. Er ist davon überzeugt: „Die alten und natürlichen Grenzen Frankreichs sind der Rhein, die Alpen und die Pyrenäen; die Teile, welche davon abgetrennt worden sind, sind es nur durch Usurpation; es wäre also nach den gewöhnlichen

1) (22, 46).

Regeln kein Unrecht, sie wiederzunehmen. Aber jene diplomatischen Ansprüche, gegründet auf alten Besitz, sind in unsern Augen wie in denen der Vernunft nichtig. Das unabänderliche Recht jeder Nation ist, allein zu leben, wenn es ihr gefällt, oder sich mit andern zu gemeinsamen Interessen zu verbünden, wenn sie es wollen ¹⁾.“

Der Entwurf, den *Carnot* im Februar 1793 der Versammlung für die neue Verfassung vorlegt, enthält ein von Rousseau's Schriften deutlich beeinflusstes philosophisches Glaubensbekenntnis. Es enthält unter anderem folgende Sätze: „Das Wohl des Volkes ist das höchste Gesetz. — Jedes Volk kann sich in seiner Unabhängigkeit isolieren; jedes Individuum kann es auch, wenn es auf den sozialen Schutz verzichtet. — Jeder Bürger hat das Recht, seine Gedanken zu sprechen, schreiben, drucken, veröffentlichen, und den Kultus anzunehmen, der ihm zusagt. — Die Gesellschaft hat das Recht zu verlangen, dass jeder Bürger sich in einem nützlichen Stand unterrichte, dass er sich bei den Körperkräften und Fähigkeiten erhalte, welche er für seine Verteidigung brauchen kann ²⁾.“

In allen Phasen der Revolution hat Frankreich keinen Mann besessen, der reinere und selbstlosere Absichten verfolgt hätte als *Carnot*. Mag er im einzelnen geirrt haben; mag er bisweilen eine Strasse gegangen sein, die das Ziel nur auf einem Umweg fand oder gar nicht erreichte; mag er dann und wann im Bewusstsein seiner guten Absichten die Meinung anderer ihrem Wert nach unterschätzt haben ³⁾:

1) (6, 49). — 2) (7, I, 303). — 3) Thiers schreibt (15, IX, 2): „*Carnot* war systematisch, hartnäckig und hochmütig. Einmal in einem Irrtum befangen, kam er nicht mehr davon los. Er war ehrlich, mutig, arbeitete sehr gerne, aber verzieh niemals ein Unrecht oder eine Wunde, die man seiner Eigenliebe geschlagen. Er war geistreich und originell, etwas ziemlich gewöhnliches bei den auf sich selbst konzentrierten Menschen.“ (!) In (15, V, 220) ist von dem „berühmten *Carnot*“ die Rede!

Carnot hat Frankreich zweimal vom Untergang gerettet:
„Der Bürger *Carnot* hat sich um das Vaterland wohl verdient gemacht.“

II. Der Gelehrte *Carnot*.

Wie *Carnot's* politische, so ist seine wissenschaftliche Thätigkeit eine sehr mannigfaltige gewesen. Vorwiegend sind es rein mathematische Gegenstände, in welche er tiefer eindringt, und die nach der geometrischen, arithmetischen und infinitesimalen Richtung hin verfolgt werden. Allein auch die Mechanik verdankt ihm schöne Entwicklungen. Daneben ist *Carnot* auf dem Gebiet der Militärwissenschaften thätig und pflegt zu seiner Erholung die edle Dichtkunst.

Géométrie de position. Das Bedeutendste der Werke *Carnot's* ist seine „Géométrie de position“ ¹⁾ (1803), vorbereitet durch die „Betrachtungen über die Differenzialrechnung“ (1797), den „Brief an Bossut“ (1800) ²⁾, die „Korrelation der Figuren“ (1801), und ergänzt durch das „Mémoire und die Transversalentheorie“ von 1806.

Dieses Hauptwerk bildet eine wesentliche Erweiterung der „Korrrelation“ etc., was schon daraus hervorgeht, dass unter 28 der „Korrrelation“ beigegebenen Figuren mehr als die Hälfte, nämlich 19, mit solchen von den 174 Figuren der „Geometrie“ ganz oder teilweise übereinstimmen. Der Einleitung zufolge ist die „Géométrie de position“ ihrer allgemeinen Gestaltung nach eine Anwendung der Algebra auf die Geometrie. Aus einer vorge-

1) Deutsch: *Carnot's* Geometrie der Stellungen. Mit Zusätzen von Schumacher. Altona, Hammerich 1808. 1810. — 2) Aufgenommen in Bossut, Cours de mathématique, an—IX 1800. Deutsch von Schellig: Neue Eigenschaften der Vielecke; Dresden 1802.

legten Figur werden durch allmähliche Aenderung neue Figuren gebildet, welche mit der ersten ein korrelatives System bilden. Die in der primitiven Figur bekannten und tabellarisch geordneten Eigenschaften und Relationen lassen sich durch die Erstellung der Korrelation auf die abgeleiteten Figuren übertragen, wobei es unter Umständen nötig wird, bei einzelnen Gliedern der in der Tafel enthaltenen Relationen den Koeffizienten $+1$ in -1 oder $\pm \sqrt{-1}$ abzuändern oder durch andere Einheitswurzeln oder Funktionen derselben zu ersetzen. Die Korrelation zweier Glieder des Systems kann also direkt, indirekt, imaginär oder komplex sein.

Der erste Abschnitt¹⁾ beschäftigt sich mit generellen Prinzipien, „die auf alle Teile der Mathematik anwendbar sind.“ Die wirklichen Grössen oder reellen Objekte, welche unmittelbar die Sache selbst bezeichnen, sind Quantitäten (quantités); in der Rechnung werden sie durch algebraische Formen vertreten, welche Werte (valeurs) heissen. In diesem Sinn giebt es keine positiven, negativen oder imaginären Grössen, sondern nur solche Werte. Die wirklichen Quantitäten und ihre algebraischen Formen oder Werte lassen sich im Bedürfnisfall durch den Gattungsnamen Grössen (grandeurs) zusammenfassen.

Hat man aus einem primitiven System S durch stetige Aenderung desselben ein transformiertes S' abgeleitet, so drängt die Aufstellung der Korrelationswerte einerseits zur Betrachtung des Wesens der isoliert genommenen sogenannten negativen Grössen, andererseits zur Untersuchung der Grundlagen der Differenzialrechnung, da bei der Ueberführung von S' in S unendlich kleine Differenzen auftreten, d. h. Grössen, welche nicht selbst Null sind, aber Null zur Grenze haben.

Den Quantitäten A, B des Systems S entsprechen die

1) (9, 7—78).

Quantitäten A' , B' eines korrelativen Systems. Vergleicht man die Differenz $A' - B'$ mit der entsprechenden $A - B$, so heisst sie direkt, wenn mit $A > B$ gleichzeitig auch $A' > B'$ ist; man nennt sie jedoch *invers*, wenn $A > B$ und gleichzeitig $A' < B'$ (oder umgekehrt) sich findet. Im ersten Fall sind die Quantitäten in direkter Ordnung geblieben, im zweiten in inverse Ordnung übergegangen. Das primitive System sei das spitzwinklige Dreieck ABC mit der zu BC gehörigen Höhe AD . Dasselbe werde durch stetige Aenderung erst in S_0 (ein spitzwinkliges Dreieck), dann in S' (ein bei C' stumpfwinkliges Dreieck) übergeführt. Bei dieser Transformation bleibt die Differenz $BC - BD$ (immer als reelles Objekt, als Quantität oder absolute Grösse genommen) in S_0 direkt, wird aber in S' *invers*. S und S_0 sind direkt, S und S' indirekt oder *invers* korrelative Systeme. Man hat z. B.:

$$\begin{aligned} AB^2 - AC^2 &= BC^2 - 2BC \cdot CD, \\ A_0B_0^2 - A_0C_0^2 &= B_0C_0^2 - 2B_0C_0 \cdot C_0D_0, \\ A'B'^2 - A'C'^2 &= B'C'^2 + 2B'C' \cdot C'D'. \end{aligned}$$

Um also die für ein primitives System S geltenden Formeln auf das korrelative System S' zu übertragen, muss ausser der Korrelation der absoluten Werte noch die Korrelation der Zeichen aufgestellt werden. Der mit dem richtigen Korrelationszeichen versehene Wert heisst *Korrelationswert*. Nicht immer gelingt es, durch einfache Zeichenänderung die Formeln von S in die für S' geltenden überzuführen; im letzteren Fall wird die Korrelation imaginär oder komplex.

Der Rest des ersten Abschnittes untersucht die Natur der Wurzeln einer algebraischen Gleichung, und benützt als Ausgangspunkt eine Reihe elementarer Beispiele, von denen die wichtigsten hier angeführt werden sollen.

Erstes Beispiel. In dem bei A rechtwinkligen Dreieck

ABC sei die Strecke $FG = b$ zwischen die Katheten AB und AC so einzuschieben, dass sie von der Hypotenuse BC in M halbiert wird. — Durch Anwendung der Algebra erhält man für $AM = x$ eine Wurzel $x = \frac{1}{2}b$, dagegen für $AF = y$ zwei Werte, einen positiven und einen negativen, entsprechend den Punkten F (auf der Verlängerung von AB über B hinaus) und F' (auf BA jenseits A).

Zweites Beispiel. In 3 gleichschenkligen Dreiecken ABC mit der Höhe AD auf BC sei die Grundlinie $AB = c$; die Schenkel seien

(1) $AC = BC = \frac{2}{3} \cdot c$, D auf der Verl. von BC, $CD = x$;

(2) $AC = BC = \frac{3}{2} \cdot c$, D zwischen B und C, $CD = y$;

(3) $AC = BC = \frac{2}{3} \cdot c$, D zwischen B und C, $CD = z$.

Die Rechnung ergibt:

$x = + \frac{1}{12}c$, $y = + \frac{7}{6}c$, $z = - \frac{1}{12}c$. Die Figur zu (3) existiert nicht!

Drittes Beispiel. Bekanntermassen erhält man für den Halbmesser R des umbeschriebenen Kreises eines Dreiecks den Ausdruck:

$$R = \frac{abc}{+ \sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4)}}.$$

Offenbar ist der Wert mit der negativen Quadratwurzel unzulässig.

Viertes Beispiel. In einem Kreis sei die Sehne $AB = b$ und das Verhältniss der Sehnen $AK/BK = a$ gegeben. Mit Winkel $AKB = k$ und $BK = x$ erhält man

$$x = \frac{b}{+ \sqrt{1 + a^2 - 2a \cos k}}.$$

Hier ist das negative x bedeutungslos und nur durch die algebraischen Umformungen in der Gleichung mit der effektiven Wurzel x amalgamiert worden. Die Aufgabe hat in der That zwei Lösungen; allein man darf, um die andere Lösung zu erhalten, nicht etwa um B mit x den Bogen zum Schnitt mit dem gegebenen Kreis in R beschreiben.

Die zweite Lösung folgt für K' im andern zur Sehne b gehörigen Bogen mit $BK' = y$ in der Form

$$y = b : (\pm \sqrt{1 + a^2 + 2a \cos k}),$$

wo das negative y ebenfalls absurd ist.

Fünftes Beispiel. Auf der Geraden $AB = a$ werde der Punkt K so bestimmt, dass man $AK \cdot BK = \frac{1}{2}a^2$ erhält. Der Wert $AK = x$ ergibt sich für die 3 Punkte K (auf AB), K' (auf der Verlängerung von AB), K'' (auf der Verlängerung von BA) aus den Gleichungen:

$$(1) 2x^2 - 2ax + a^2 = 0; \quad x = \frac{a}{2} (1 \pm \sqrt{-1});$$

$$(2) 2x^2 - 2ax - a^2 = 0; \quad x = \frac{a}{2} (1 \pm \sqrt{3});$$

$$(3) 2x^2 + 2ax - a^2 = 0; \quad x = \frac{a}{2} (-1 \pm \sqrt{3}).$$

Die Systeme (2) und (3) sind indirekt korrelativ, da zur Ueberführung des einen ins andere nur das Zeichen von x geändert werden darf; (1) geht in (3) über durch Aenderung des Zeichens von x^2 , also besteht zwischen diesen Systemen eine imaginäre Korrelation.

Sechstes Beispiel. In dem rechtwinkligen Dreieck ABC mit der Hypotenuse $BC = a$ und $AB + AC + AD = b$ erhält die Höhe $AD = x$ folgenden Wert:

$$x = a + b \pm \sqrt{2a^2 + 2ab}.$$

Von diesen zwei positiven Wurzeln gilt nur x_2 , da $x < a + b$ sein muss. (Dieses Beispiel stammt aus Newton's allgemeiner Arithmetik.)

Siebentes Beispiel. In den zwei Dreiecken ABC , $A'B'C'$, von denen das erste bei C einen spitzen, das zweite bei C' einen stumpfen Winkel besitzt, sei $AD \perp BC$ gezogen. Man erhält:

$$\begin{array}{ll} c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot CD & c'^2 = a'^2 + b'^2 + 2a' \cdot C'D' \\ CD = BC - BD & C'D' = B'D' - B'C' \\ \hline c^2 = b^2 - a^2 + 2a \cdot BD & ; \quad c'^2 = b'^2 - a'^2 + 2a' \cdot B'D'. \end{array}$$

Diese Uebereinstimmung beider Formeln ist eine Folge der Elimination der inversen Grösse CD.

Achtes Beispiel. Die beiden Systeme

$$(1) \quad x + y = a \qquad (2) \quad x' - y' = a$$

(Ellipse und Hyperbel, dargestellt mit Hilfe der Brennpunktsstrahlen) sind indirekt korrelativ; aus

$$x - a = -y \qquad x' - a = y'$$

erhält man die übereinstimmenden Gleichungen:

$$x^2 - 2ax + a^2 = y^2 \qquad x'^2 - 2ax' + a^2 = y'^2,$$

welche zur Darstellung der gemeinsamen Eigenschaften beider Kegelschnitte benutzt werden können, während ihre unterscheidenden Eigenschaften aus den imaginär-korrelativen Systemen

$$a^2y^2 = a^2b^2 - b^2x^2 \qquad a^2y'^2 = b^2x'^2 - a^2b^2$$

zu folgern sind, oder aus der für beide geltenden Beziehung:

$$a^4y^4 = a^4b^4 - 2a^2b^4x^2 + b^4x^4.$$

Aus diesen Beispielen lassen sich als bemerkenswert, weil bis dahin nicht, oder nur mehr oder weniger unvollständig beachtet, folgende Wahrheiten ableiten:

1. Die zur Lösung eines geometrischen Problems aufgestellte Gleichung, welche zuweilen eine geschickte Wahl der Unbekannten wesentlich reduziert, kann ausser den der Anzahl aller effektiven Lösungen entsprechenden Wurzeln noch weitere positive, negative oder imaginäre Wurzeln liefern, welche sich durch algebraische Transformationen der Gleichung mit ersteren verkettet haben, aber bei der Lösung der vorgelegten Aufgabe nicht zu berücksichtigen sind.

2. Die Zahl der effektiven Lösungen einer geometrischen Aufgabe kann kleiner, gleich oder grösser sein als die Zahl der Wurzeln einer Gleichung, welche den Bedingungen der Aufgabe und den zu Grunde gelegten Hypothesen genügt. Daher kann es insbesondere vorkommen, dass nicht bloss

von imaginären und negativen, sondern sogar von gewissen positiven Wurzeln der abgeleiteten Gleichung als mit der Lösung in keiner Beziehung stehend, abgesehen werden muss.

3. Weder negative noch imaginäre Wurzeln entsprechen unmittelbar der in Gleichung gesetzten Frage; wohl aber können sie andere analoge Fragen oder partielle Probleme andeuten, welche mit ihrer Hilfe zu lösen sind.

4. Wenn die negativen Wurzeln überhaupt eine Bedeutung für die Lösung einer elementar-geometrischen Aufgabe haben, so dürfen sie nicht unter allen Umständen in entgegengesetztem Sinn zu den positiven Wurzeln aufgetragen werden; dies findet nur dann ausnahmslose statt, wenn die Unbekannte als Strecke auf einer Linie von einem festen Punkt derselben aus abgemessen werden soll.

5. Wenn die Unbekannte sich aus der Gleichung als eine imaginäre Grösse bestimmt, so ist dies ebenso wenig wie für den Fall eines negativen Wertes ein untrügliches Zeichen dafür, dass die Aufgabe nicht lösbar ist, sondern zunächst nur für die Unmöglichkeit der Harmonie zwischen den Bedingungen der Aufgabe und den der Betrachtung zu Grunde gelegten Voraussetzungen. Ebenso wenig darf man glauben, die Rechnung werde von selbst den Fehler wieder gut machen, den man im Ausdruck für die Bedingungen der Aufgabe möglicherweise begangen haben könnte; es ist dies allerdings der Fall, wenn die 2 verglichenen Systeme nur *invers korrelativ* (oder indirekt korrelativ) sind, nicht aber, wenn die Korrelation imaginär oder komplex ist.

6. Eine Quantität kann auf zwei verschiedene Arten *invers* werden, nämlich indem sie durch Null oder Unendlich hindurchgeht; allein nicht jede Grösse wird unter solchen Umständen *invers*. Aus Relationen für indirekt korrelative Systeme lassen sich völlig übereinstimmende Beziehungen dann ableiten, wenn es gelingt, die inversen Quantitäten zu

eliminieren, indem man sie durch jene Grössen ersetzt, deren Differenzen sie sind. Kommen in solchen Relationen nur gerade Potenzen vor, oder bestehen sie aus einem Glied, so sind sie ohne weiteres auch für indirekt korrelative Systeme gültig.

Nachdem im ersten Abschnitt Prinzipien behandelt worden sind, die auf alle Arten von Quantitäten Anwendung finden, wendet sich der zweite Abschnitt speziell zu den geometrischen Quantitäten. Ausser den gewöhnlichen Zeichen der Algebra wird durch zweckmässig gewählte Darstellungsmittel und die systematische Anordnung der alle wesentlichen Punkte einer Figur vertretenden Buchstaben die Korrelation der verschiedenen, einem und demselben primitiven System zugehörigen abgeleiteten Systeme, sowie die bezügliche Lage der entsprechenden Punkte, Linien, Flächen, Winkel etc. normiert.

Zwei Systeme S und S' von beliebig, aber gleichviel Punkten werden so auf einander bezogen, dass jedem Punkt des einen Systems ein Punkt des andern entspricht; dann entsprechen sich paarweise nicht bloss Punkte, sondern alle übrigen Elemente der beiden korrelativen Figuren. Die Systeme S und S' sind deshalb nicht etwa ähnliche Figuren, sie haben einen allgemeineren Charakter. Aus ihnen ergiebt sich durch Spezialisierung die Korrelation der Ähnlichkeit, die von Legendre in ihrer wahren Bedeutung erkannte Korrelation der Symmetrie und die Korrelation der Identität oder Superposition.

Aus jedem primitiven System S können durch stetige Aenderung seiner Gestalt korrelative Systeme S' , S'' , . . . abgeleitet werden, und man kann fragen:

a) Welche Modifikationen sind an den bekannten Formeln des primitiven Systems S vorzunehmen, damit sie auf

ein beliebiges zu S korrelatives System $S^{(n)}$ angewendet werden können?

b) Welchem korrelativen System gehören die in gewisser Weise veränderten Relationen von S an?

c) Welche Relationen haben S und $S^{(n)}$ völlig gemein?

Die Darstellung dieser Verhältnisse wird in vielen Fällen durch eine abgekürzte Bezeichnungsweise nicht unwesentlich erleichtert.

Es sind ¹⁾ $\overline{ABCD}$ oder $\widehat{ABCD}$ vier Punkte, welche in dieser Ordnung auf einer Geraden oder einem Kreis liegen; $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$ ist der Schnittpunkt zweier Geraden AB und CD ; $\overline{AB} \cdot \overline{CD} \cdot \widehat{FG} \cdot \widehat{HK}$ bezeichnet eine Gerade LM , welche den Schnitt L der Geraden AB , CD und den Schnitt M der Kreisbögen FG , HK enthält; $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = | = \widehat{FG} \cdot \widehat{HK}$ drückt aus, dass der Schnitt der Geraden AB , CD in den Schnitt der Kreisbögen FG , HK fällt. Dieses *Aequipollenzzeichen* (*signe d'équipollence*) bedeutet auch die völlige Identität irgend zweier Objekte und ist deshalb allgemeiner als das einfache Gleichheitszeichen.

Ferner sei $\widehat{ABC}$ der Winkel ABC , $\overline{AB} \wedge \overline{CD}$ der Winkel der Geraden AB und CD , $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ der Ausdruck dafür, dass CD eine Normale des Kreises AB ist. $\triangle ABC$ bedeutet ein Dreieck; dessen Fläche ist $\overline{\triangle ABC}$.

Behufs einer genauen Bezeichnung der von Linien und Flächen gebildeten Winkel gelten folgende Festsetzungen: Die Gerade nn' wird durch den Punkt n erzeugt, indem er gegen n' hin fortschreitet; dadurch erhält sie eine für den gegebenen Fall fest gewählte Richtung. Die vier Winkel der in einer Ebene liegenden Geraden $\overline{nmn'}$, $\overline{pmp'}$ sind:

$$\begin{aligned} \widehat{nmp} &= | = \overline{mn} \wedge \overline{mp}, & \widehat{nmp'} &= | = \overline{mn} \wedge \overline{mp'}, \\ \widehat{p'mn'} &= | = \overline{mp'} \wedge \overline{mn'}, & \widehat{pmn'} &= | = \overline{mp} \wedge \overline{mn'}, \end{aligned}$$

1) (8, Nr. 73 ff.); (9, 89 ff.).

so dass man z. B. $\overline{mn} \wedge \overline{mp} = \overline{mp'} \wedge \overline{mn'}$ hat. Aehnliches gilt für die Bezeichnung der Winkel von Geraden im Raum und von Ebenen.

Bei den Vielecken ist der Umfangswinkel von dem im Sinn des Umfangs gebildeten Winkel zu unterscheiden. In dem gewöhnlichen Polygon ABCDEA sind ABC, BCD, ... Umfangswinkel. Durchläuft man aber von A ausgehend den Umfang in der Richtung ABC und legt jeder Seite die Richtung bei, in welcher sie durchlaufen wurde, so ist beispielsweise in der Ecke B der Umfangswinkel $ABC = \overline{BA} \wedge \overline{BC} = \beta$, der im Sinn des Umfangs gebildete Winkel aber $\overline{AB} \wedge \overline{BC} = \beta'$, so dass $\beta \pm \beta' = (2k + 1) \cdot \pi$ wird. Bei Vielecken ohne einspringende Winkel sind die im Sinn des Umfangs gebildeten Winkel nichts anderes als die Aussenwinkel. — Diese Unterscheidungen gelten für alle ebenen und windschiefe Polygone mit oder ohne einspringende Winkel. Damit ist auch festgesetzt, was unter dem im Sinne des Umfangs gebildeten Winkel einer Polygonseite mit einer festen Axe von gegebener Richtung zu verstehen ist ¹⁾.

Um die Polyederwinkel (Keilwinkel) von ihren Neben- und Scheitelwinkeln zu unterscheiden, denke man sich jede Seitenfläche auf der inneren Seite weiss, auf der äusseren schwarz bemalt und diese Farben über die ins Unendliche sich erstreckenden Begrenzungsebenen hin ausgedehnt. Der von zwei weissen benachbarten Ebenen begrenzte Winkel ist ein Polyederwinkel; ein Winkel zweier benachbarten Begrenzungsebenen, gebildet durch die weisse Seite der einen und die schwarze der andern (so dass diese Farben aufeinanderfolgend genommen werden) heisst gebildet im Sinn der Oberfläche des Polyeders. Aehn-

1) Diese Unterscheidung beider Winkelarten ist eine Vorbereitung für die allen Zweifel ausschliessenden Festsetzungen der modernen Polygonometrie.

liches gilt für die Winkel der Seitenflächen eines Vielflachs mit einer festen Ebene.

In acht Aufgaben wird nunmehr die Anwendung des Korrelationskalküls ¹⁾, nämlich die Aufstellung der Korrelation der Konstruktion, der Position, der Zeichen und endlich der allgemeinen Korrelationstabelle (tableau général de corrélation) zweier korrelativen Systeme S u S' gezeigt.

In der ersten und zweiten Aufgabe werden die Systeme S und S' aus den Dreiecken ABC (W. C spitz), A'B'C' (W. C' stumpf) mit den auf BC, B'C' gefällten Höhen AD, A'D' gebildet.

Korrelation der Konstruktion in S: ABCD;
 „ „ „ „ S': A'B'C'D';
 „ „ Position in S: ABDC;
 „ „ „ „ S': A'B'C'D'.

Behufs Aufstellung der Korrelation der Zeichen bemerke man, dass bei der stetigen Ueberführung von S in S', wobei C auf BC gegen B hin fortschreitet, die Quantitäten $\overline{CD}$, $\widehat{CAD}$, $\overline{ACD}$ invers werden können, weil sie durch O gehen; das Verhalten derselben ist im Einzelnen zu untersuchen. Man hat in S und S':

$$\begin{array}{ll} CD = BC - BD & C'D' = B'D' - B'C' \\ \widehat{CAD} = \widehat{CAB} - \widehat{BAD} & \widehat{C'A'D'} = \widehat{B'A'D'} - \widehat{C'A'B'} \\ \overline{ACD} = \overline{ACB} - \overline{ABD} & \overline{A'C'D'} = \overline{A'B'D'} - \overline{A'C'B'}. \end{array}$$

Diese Quantitäten werden also in der That invers und man erhält somit als allgemeine Korrelationstabelle der beiden Systeme S und S':

$$\left\{ \begin{array}{l} + AB, + AC, + BC, + BD, + CD, + AD, + \widehat{BAC}, \\ + A'B', + A'C' + B'C', + B'D', - C'D', + A'D', + \widehat{B'A'C'}, \\ + \widehat{ABC}, + \widehat{ACB}, + \widehat{BAD}, + \widehat{CAD}, + \overline{ABC}, \\ + \widehat{A'B'C'}, + \widehat{A'C'B'}, + \widehat{B'A'D'} - \widehat{C'A'D'}, + \overline{A'B'C'}, \\ + \overline{ABD}, + \overline{ACD}. \\ + \overline{A'B'D'}, - \overline{A'C'D'}. \end{array} \right.$$

1) (8, Nr. 91).

In ähnlicher Weise werden die folgenden Aufgaben behandelt. Aufgabe 3 berücksichtigt ein Dreieck mit 2, Aufgabe 4 ein solches mit allen 3 Höhen (der Beweis, dass die 3 Höhen des Dreiecks durch einen Punkt gehen, findet sich erst bei Aufgabe 7).

Damit gelangt man von selbst zur 5. Aufgabe: Das System besteht aus 4 beliebig in der Ebene gegebenen Punkten ABCD. Dieselben bilden ein vollständiges Viereck (quadrilatère complet ¹⁾). Treffen sich AC und BD in E, AD und BC in F, AB und CD in G, so besteht die Figur aus 3 wesentlich von einander verschiedenen Vierecken. Das eine ABCD ist ein gewöhnliches Viereck oder ein Viereck erster Art (quadrilatère de la première espèce ²⁾), ein anderes AGCF hat einen einspringenden Winkel (Viereck zweiter Art), ein drittes BFDG hat 2 im innern des Vierecks sich kreuzende Seiten BF und DG (Viereck dritter Art). Jedes dieser Vierecke für sich heisst einfaches Viereck, ihre Gesamtheit bildet das vollständige Viereck. Die 6 Diagonalen dieser 3 Vierecke reduzieren sich auf 3, nämlich AC, BD, FG. Das vollständige Viereck hat also 3 Diagonalen, während ein einfaches Viereck deren nur 2 hat.

Dieselben Ueberlegungen gelten für Systeme von mehr als 4 Punkten. Es bilden z. B. 5 beliebig in der Ebene gezogene Gerade eine Figur, welche aus 6 einfachen Fünfecken besteht; ihre Gesamtheit bildet das vollständige Fünfeck (pentagone complet ³⁾). Das vollständige Polygon von der Ordnung n hat $\frac{n-1 \cdot n-2 \cdot \dots \cdot 1}{2}$ einfache Vierecke von je n Ecken und Seiten ⁴⁾.

1) (8, Nr. 173). — 2) (23, 69). — 3) (9, 121). — 4) Carnot definiert hier das vollständige n-Seit als bestehend aus der angegebenen Zahl von einfachen n-Ecken. Die scharfe Unterscheidung zwischen dem vollständigen n-Eck und dem vollständigen n-Seit hat erst Steiner 1832 gegeben (Steiners Werke, Bd. I, S. 287).

Die Korrelation zweier Systeme, welche man ohne Kenntniss der für das primitive System gültigen Formeln aufstellen kann, verrät zum Voraus die Zeichenänderungen, welche an diesen Formeln vorzunehmen sind, damit sie fürs transformierte System gelten. Allein die Schwierigkeit der Aufstellung einer Korrelation der Position (oder der Zeichen) wird um so grösser, je kompliziertere Figuren man zu betrachten hat, so dass es alsdann oft einfacher ist, an dem transformierten System alle Schlüsse zu wiederholen, welche zunächst dem primitiven System galten. Besondere Schwierigkeiten ergeben sich oft, wenn die Korrelation imaginär oder komplex ist, wie die Beziehung der gleichseitigen Hyperbel auf den Kreis lehrt ¹⁾.

In der 6. Aufgabe werden die Werte der lineo-angularen Quantitäten, d. h. der Winkelfunktionen mit Hilfe des Korrelationskalküls untersucht. Im Kreis vom Halbmesser 1 finden $\sin a$, $\cos a$ etc. ihre Darstellung. Der 1. Quadrant bildet das primitive System, die übrigen Quadranten der Reihe nach die transformierten Systeme. Dies führt weiter zur Aufstellung der Funktionen für die Winkel $4m\omega \pm a$, $(4m + 1)\omega \pm a$, wo $\omega = \pi/2$ zu setzen ist.

Die 7. Aufgabe behandelt die goniometrischen Formeln und die Fundamentalrelationen der ebenen Trigonometrie, sowie deren Hauptproblem, ein Dreieck aus 3 Stücken zu berechnen, nebst einer Reihe von Folgerungen, denen die 8. Aufgabe noch Formeln für ein Aggregat von beliebig vielen Winkeln zufügt. Den Ausgangspunkt der Entwicklung bildet ein Kreisviereck ABDC mit 2 sich rechtwinklig kreuzenden Diagonalen $AD \perp BC$. Der Mittelpunkt des Kreises sei L, sein Durchmesser = 1.

Ist $\widehat{BAD} = m$, $\widehat{DAC} = n$, so liefert der Sinussatz, wenn man auf BE und AE bzw. noch $EF = EC$, $EH = ED$ abschneidet, unmittelbar ²⁾: $AB = \cos n$, $AC = \cos m$.

1) (8, Nr. 249). — 2) (8, 84).

$$BC = \sin (m + n) = \sin m \cdot \cos n + \cos m \cdot \sin n,$$

$$AD = \cos (m - n) = \cos m \cdot \cos n + \sin m \cdot \sin n.$$

AF treffe BD in J und den Kreis in G; ebenso treffe BH die AC in L'', den Kreis in M, und CH die AB in N, den Kreis in P. Wegen $JG = JF$ ist auch $BG = BF$, also:

$$BF = BG = BE - EC$$

$$= \sin (m - n) = \sin m \cdot \cos n - \cos m \cdot \sin n,$$

$$AH = AM = AE - DE$$

$$= \cos (m + n) = \cos m \cdot \cos n - \sin m \cdot \sin n,$$

$$BE = \sin m \cdot \cos n = \frac{1}{2} [\sin (m + n) + \sin (m - n)],$$

$$CE = \sin n \cdot \cos m = \frac{1}{2} [\sin (m + n) - \sin (m - n)],$$

$$AE = \cos m \cdot \cos n = \frac{1}{2} [\cos (m - n) + \cos (m + n)],$$

$$DE = \sin m \cdot \sin n = \frac{1}{2} [\cos (m - n) - \cos (m + n)].$$

$$BC \cdot BF = \sin (m + n) \cdot \sin (m - n)$$

$$= (BE + EC) (BE - EC) = BE^2 - EC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$= \cos^2 n - \cos^2 m = \sin^2 m - \sin^2 n,$$

$$AD \cdot AH = \cos (m - n) \cdot \cos (m + n) = (AE + ED) (AE - ED)$$

$$= AE^2 - ED^2 = \cos^2 n - \sin^2 m = \cos^2 m - \sin^2 n,$$

$$AB^2 + DC^2 = \cos^2 n + \sin^2 n = \cos^2 m + \sin^2 m = 1$$

$$= AC^2 + BD^2,$$

$$AE^2 + BE^2 + CE^2 + DE^2 = AB^2 + CD^2 = 1.$$

Da ferner $\widehat{JAD} = n$, $\widehat{JDA} = \frac{1}{2}\pi - n$ ist, so wird $\widehat{AJD} = \frac{1}{2}\pi$ oder $AFJ \perp BD$; ebenso folgt: $DFK \perp AB$, d. h. die drei Höhen des Dreiecks ABC schneiden sich in einem Punkte F.²⁾

Daran schliesst sich die Bemerkung, dass in dem Dreieck ABD mit dem Höhenschnitt F der Punkt A Höhenschnitt im Dreieck BFD wird etc. Fällt man noch $LL' \perp BC$ und bestimmt den Schwerpunkt O auf AL' , so ist $LL' = \frac{1}{2} \cos (m + n)$, $AH = \cos (m + n)$, folglich $LL' = \frac{1}{2}AH$;

1) (8, 84). — 2) Der einfachste Beweis für diesen Satz (mit Hilfe der durch die Eckpunkte zu den Seiten des Dreiecks gezogenen Parallelen) rührt von Gauss her, der ihn Schumacher mittheilte (24, II, 363).

dann folgt aber auch, dass L, O, H, d. h. der Mittelpunkt des Umkreises, der Schwerpunkt und der Höhenschnitt des Dreiecks ABC in einer Geraden liegen ¹⁾.

Dieselbe Figur liefert eine Reihe von Sätzen über Kreisvierecke, die sich leicht auf den Schnitt von Geraden und Ebenen mit einer Kugelfläche ausdehnen lassen. Wird die Kugel vom Halbmesser R durch 3 senkrechte Ebenen getroffen, und hat der Schnittpunkt dieser Ebenen vom Kugelmittelpunkt die Entfernung r, so gilt:

1. Die Summe der Quadrate der 3 Axen (Schnittlinien der Ebenen) ist $= 12R^2 - 8r^2$.

2. Die Summe der 3 Produkte, gebildet durch Multiplikation der 2 Segmente jeder Sehne ist $= 3 (R^2 - r^2)$.

3. Die Summe der Quadrate der 6 Segmente ist $= 6R^2 - 2r^2$.

4. Die Summe der Quadrate der 12 Geraden, welche die Endpunkte jeder Sehne mit denen jeder anderen verbinden, ist $= 24 R^2 - 8r^2$.

5. Die Summe der Quadrate der 15 Geraden, welche zu je 2 die 6 Enden der 3 Sehnen verbinden, ist $= 36R^2 - 16r^2$.

6. Die Summe der Quadrate der Halbmesser der 3 Schnittkreise ist $= 3R^2 - r^2$; etc.

Endlich wird auf Grund eines „bekannten Satzes“ ²⁾ (der Name des Ptolemäus wird nicht genannt) gezeigt, dass man zwischen dem Halbmesser R des umbeschriebenen, dem Halbmesser r des eingeschriebenen Kreises und den Winkeln eines Dreiecks die Beziehung $r/R = \cos A + \cos B + \cos C - 1$ aufstellen kann, und dass aus dem gleichen Satz das Additionstheorem der Trigonometrie, also diese ganze Lehre, sich ableiten lässt.

Der dritte Abschnitt ist nichts anderes als eine zur Einübung der Hauptaufgaben der Dreiecksberechnung bestimmte Aufgabensammlung in der Form des Korrela-

1) (9, 164). — 2) (8, 95).

tionskalkuls. Die eine Figur zusammensetzenden Elemente und ihre Beziehungen werden in Vergleichungstabellen (tableaux de comparaison) eingeordnet; diese gestatten durch blosse Elimination, irgend ein Stück in hinreichend vielen andern auszudrücken. Dabei wächst die Zahl der partiellen Fragen mit der Zahl der das System bildenden Elemente so schnell, dass es endlich kaum mehr möglich ist, sie alle einzeln zu behandeln; allein eben jene tabellarische Aufstellung erlaubt erforderlichen Falls die Beantwortung einer einzelnen dieser Fragen durch Ausscheidung des Nichtverlangten.

In Aufgabe 9 ist ein spitzwinkliges Dreieck ABC mit den Höhen AH, BG, CF und dem Höhenschnitt D durch den Halbmesser R des umbeschriebenen Kreises und die Winkel $\widehat{BAD} = m$, $\widehat{CAD} = n$ gegeben. Der Halbmesser des einbeschriebenen Kreises sei r, der Umfang des Dreiecks P, die Fläche desselben S. Die Vergleichungstabelle enthält folgende 37 Stücke¹⁾:

Werte der Winkel.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $\widehat{BAD} = m$ | 7) $\widehat{BCD} = m$ |
| 2) $\widehat{CAD} = n$ | 8) $\widehat{ACD} = \omega - (m + n)$ |
| 3) $\widehat{BAC} = m + n$ | 9) $\widehat{ACB} = \omega - n$ |
| 4) $\widehat{CBD} = n$ | 10) $\widehat{ADB} = \omega + n$ |
| 5) $\widehat{ABD} = \omega - (m + n)$ | 11) $\widehat{ADC} = \omega + m$ |
| 6) $\widehat{ABC} = \omega - m$ | 12) $\widehat{BDC} = 2\omega - (m + n)$ |

Werte der Strecken.

- | | |
|---|---|
| 13) $\overline{BC} = 2R \cdot \sin(m + n)$ | 14) $\overline{AC} = 2R \cdot \cos m$ |
| 15) $\overline{AB} = 2R \cdot \cos n$ | 16) $\overline{AD} = 2R \cdot \cos(m + n)$ |
| 17) $\overline{BD} = 2R \cdot \sin m$ | 18) $\overline{CD} = 2R \cdot \sin n$ |
| 19) $\overline{AH} = 2R \cos m \cdot \cos n$ | 20) $\overline{BH} = 2R \cdot \sin m \cdot \cos n$ |
| 21) $\overline{CH} = 2R \cdot \sin n \cdot \cos m$ | 22) $\overline{DH} = 2R \cdot \sin m \cdot \sin n$ |
| 23) $\overline{AF} = 2R \cdot \cos m \cdot \cos(m + n)$ | 24) $\overline{BF} = 2R \cdot \sin m \cdot \sin(m + n)$ |
| 25) $\overline{CF} = 2R \cdot \cos m \cdot \sin(m + n)$ | 26) $\overline{DF} = 2R \cdot \sin m \cdot \cos(m + n)$ |
| 27) $\overline{FG} = 2R \cdot \cos n \cdot \cos(m + n)$ | 28) $\overline{BG} = 2R \cdot \cos n \cdot \sin(m + n)$ |

1) (9, 181).

- 29) $\overline{CG} = 2R \cdot \sin n \cdot \sin(m+n)$ 30) $\overline{DG} = 2R \cdot \sin n \cdot \cos(m+n)$
 31) $\overline{FG} = 2R \cdot \sin(m+n) \cdot \cos(m+n)$
 32) $\overline{FH} = 2R \cdot \sin m \cdot \cos m$ 33) $\overline{GH} = 2R \cdot \sin n \cdot \cos n$
 34) $R = R$
 35) $P = 2R [\cos m + \cos n + \sin(m+n)]$
 36) $r = R [\sin m + \sin n + \cos(m+n) - 1]$
 37) $S = 2R^2 \cdot \cos m \cdot \cos n \cdot \sin(m+n).$

Für den Fall, dass BAC ein stumpfer Winkel wird, findet man durch eine der früheren analogen Untersuchung, dass die 8 Grössen $\widehat{ABD}$, $\widehat{ACD}$, $\overline{AD}$, $\overline{AF}$, $\overline{DF}$, $\overline{AG}$, $\overline{DG}$, $\overline{FG}$ i n v e r s werden und deshalb in den Formeln mit dem Korrelationszeichen minus einzuführen sind.

Aus der obigen Tabelle lässt sich eine grosse Zahl von Beziehungen ableiten, z. B. $\overline{AF} \cdot \overline{BH} \cdot \overline{CG} = \overline{AG} \cdot \overline{CH} \cdot \overline{BF}$, $\overline{AF} \cdot \overline{AB} = \overline{AC} \cdot \overline{AG}$, d. h. Dreieck AFG ähnlich ACB, wobei FG a n t i p a r a l l e l ¹⁾ BC ist.

Ähnlich werden die folgenden für die Bestimmung des Dreiecks nötigen Fundamentalaufgaben behandelt. Zusammenfassend giebt Aufgabe 16 in der Vergleichungstabelle 101 Elemente des Dreiecks, ausgedrückt in 2 Winkeln und dem Halbmesser R des umbeschriebenen Kreises. Die weiteren Probleme berücksichtigen Eckendurchmesser, Winkelhalbierende etc., und führen über das Kreisviereck und Trapez mit der 23. Aufgabe zur Berechnung des allgemeinen Vierecks, dessen 23 Elemente in 5 von einander unabhängig gegebene und 18 gesuchte zerfallen.

Der vierte Abschnitt (Aufgabe 24 und 25, Satz 1—37) bietet mit wesentlichen Erweiterungen den Inhalt eines Briefes, den *Carnot* im Jahre 1800 an Bossut gerichtet hatte ²⁾. Es handelt sich hier bei der Betrachtung

1) Dieser Ausdruck (9, Nr. 151) findet sich in Murray's New English Dictionary von etwa 1660 und bei Leibniz Acta erudit. 1691, S. 279. Vergleiche Fortschritte der Mathematik, XXII, 45. —

2) Lettre du citoyen *Carnot* au citoyen Bossut contenant des vues nouvelles sur la Trigonométrie. Paris, fructidor an VIII in 8°. Aufgenommen in Bossut, Cours de mathématiques, an IX—1800; deutsch von Schellig: Neue Eigenschaften der Vielecke, Dresden 1802.

von Figuren im wesentlichen um Aufstellung von Beziehungen zwischen Winkeln ohne Zuhilfenahme von Strecken, und namentlich um solche zwischen Strecken ohne Zuhilfenahme der lineo-angularen Grössen.

Carnot benützt folgendes Prinzip¹⁾:

„In jeder Figur welche nur mit Zirkel und Lineal konstruiert werden kann, ohne den Transporteur (*cercle gradué*) anzuwenden, können alle Strecken ohne Beihilfe der Winkel berechnet werden; in jeder Figur dagegen, welche mit dem Lineal und dem Transporteur, ohne Benützung des Zirkels, markiert wird, lassen sich alle Winkel ohne Beihilfe der Strecken bestimmen. Man kann also im ersten Fall alle Strecken, im zweiten alle Winkel der Figuren ohne Beihilfe der lineo-angularen Grössen berechnen.“

Die Winkelrelationen beginnen mit der Bestimmung des Winkels zweier Geraden in der Ebene, deren Neigungen gegen eine dritte Gerade derselben Ebene bekannt sind. Nachdem die Aufgabe auch für beliebig viele Gerade eines ebenen Systems mit bekannten Neigungen gegen eine feste Transversale gelöst ist, werden in einem ebenen System von n Geraden mit $\frac{1}{2}n(n-1)$ Winkeln aus $n-1$ von einander unabhängigen Winkeln die übrigen durch Gleichungen ersten Grads bestimmt. Daraus folgt, dass „wenn in zwei aus je n Geraden gebildeten korrelativen Figuren $n-1$ von einander unabhängige Winkel paarweise gleich sind, alle andern entsprechenden Winkel derselben Figuren auch gleich sein werden²⁾.“ Diese Bemerkung bietet ein Mittel dar, bei einer gewissen Gruppe von Aufgaben zu gesuchten Figuren ähnliche zu konstruieren, wie z. B. wenn in ein gegebenes Dreieck ein Quadrat einbeschrieben werden soll, von dem eine Seite mit einer Dreiecksseite zusammenfällt.

1) (9, Nr. 187). — 2) 9, Nr. 193).

Wenn geradlinige Transversalen mit zwei Seiten eines Systems von n Geraden bekannte Winkel bilden, so lassen sich alle neu entstehenden Winkel ohne Zuhilfenahme der lineo-angularen Grössen, nur durch einfache Addition und Subtraktion finden. Dies findet jedoch keine Anwendung auf die Diagonalen dieser Figuren; ihre Winkel unter sich und mit den Seiten können nur durch Rechnung vermittelt der Winkelfunktionen bestimmt werden. Daher ist es zweckmässig, bei der Lösung von geometrischen Aufgaben, welche die Anwendung der Algebra verlangen, so weit möglich nur Hilfslinien zu ziehen, welche mit den schon gegebenen Linien bekannte Winkel machen. Häufig genügen hiefür parallele oder senkrechte Gerade.

Für die Entwicklung der Streckenrelationen ohne Zuhilfenahme von Winkelgrössen sei eine Figur zu Grunde gelegt, in welcher die zu ihrer völligen Bestimmung hinreichende Anzahl begrenzter Geraden als bekannt vorausgesetzt wird. Alle übrigen Strecken müssen dann durch diese gegebenen Liniengrössen darstellbar sein. Die zur Einleitung der ziemlich weit führenden Betrachtungen entworfene Figur lässt erkennen, dass es sich hier um die Entwicklung der elementarsten Transversalensätze, derjenigen des Ceva und des Menelaus (*Carnot* nennt diese Namen nicht!) handelt.

Voran steht (als Lehrsatz 2) der Ausdruck für eine beliebige Transversale BC des Dreiecks ABG :

$$BC^2 \cdot GA = BG^2 \cdot CA + BA^2 \cdot GC - GA \cdot GC \cdot AC.$$

„Dieser Satz ist sehr nützlich, um die Beziehungen linearer Grössen einer Figur zu finden, ohne in der Rechnung die lineo-angularen Grössen zu Hilfe zu nehmen. Wir werden ihn oft benutzen, und man muss ihn als fundamental betrachten ¹⁾“.

Eine Reihe neuer Sätze ergibt sich durch die An-

1) (9, 263).

nahme besonderer Lagen von C auf AG (C sei die Mitte von AG, oder $AB/BG = \text{const.}$, etc.). Die Anwendung aufs Kreisviereck führt zum Ptolemäischen Satz (ohne Nennung des Namens!) und weiterhin zu einem bemerkenswerten Theorem über das dem Kreis eingeschriebene Polygon; im Fall eines Siebenecks ABCDEFG sagt es aus:

$$\frac{BG}{AB \cdot AG} = \frac{BC}{AB \cdot AC} + \frac{CD}{AC \cdot AD} + \frac{DE}{AD \cdot AE} + \frac{EF}{AE \cdot AF} + \frac{FG}{AF \cdot AG}.$$

Zieht man im Dreieck ABG durch C (auf AG) eine beliebige Transversale, welche BG in D, AB in F trifft und von der durch B zu AG gelegten Parallelen in b geschnitten wird, dann ergeben sich, zunächst unter Anwendung ähnlicher Dreiecke, und weiterhin mit Hilfe der Bemerkung, dass die Geraden AB, AC, BD, CD ein vollständiges Viereck bilden, an dem System der 4 Punkte ABCD, in welchem $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = \overline{F} \cdot \overline{G}$, $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{H} \cdot \overline{K}$, $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{L}$ ist, folgende fünf Relationen ¹⁾:

$$(1) \quad AF \cdot BD \cdot GC = AC \cdot BF \cdot GD \text{ (Menelausrelation);}$$

$$(2) \quad \frac{BA \cdot BD}{CA \cdot CD} = \frac{BF \cdot BG}{CF \cdot CG};$$

$$(3) \quad AB \cdot FK \cdot GC = AC \cdot FB \cdot GK, \text{ (Cevarelation);}$$

$$(4) \quad \frac{AH}{DH} = \frac{AK}{DK} \text{ (harm. Relation);}$$

$$(5) \quad \frac{\overline{ABC}}{\overline{AFG}} = \frac{\overline{DBC}}{\overline{DFG}}.$$

Alle diese Beziehungen werden auch in Worten ausgedrückt, ohne jedoch bei (1), (3), (4) die Benennungen „Menelaus-, Ceva-, harmonische Relation“ anzuwenden.

Die nun folgende wichtige Entwicklung, welche unter Benützung von Transversalen zu den bekannten Theo-

1) (9, 286).

remen von *Carnot* und *Newton* hinführt, stützt sich auf die *Ceva*-Relation einerseits, andererseits darauf, dass eine Diagonale des vollständigen Vierecks Träger einer harmonischen Punktreihe ist. Diese beiden Sätze, angewendet auf das Dreieck ABC , in welchem sich die Ecktransversalen Aa , Bb , Cc in D treffen und auf AB , BC , CA durch ab , bc , ca die Schnittpunkte n , p , m entstehen, erweisen zunächst durch die sich leicht ergebende *Menelaus*-relation, dass ABC und abc die gemeinsame geradlinige Transversale mnp besitzen. (Dieser durch D bestimmten Geraden mnp , der Harmonikalen von D , wird im folgenden keine Aufmerksamkeit mehr geschenkt.)

Weitere Sätze erhält man, wenn die Punkte a , b , c beliebig auf den Seiten des Dreiecks ABC (so dass die drei Ecktransversalen sich nicht in einem Punkt D schneiden), oder endlich, wenn sie beliebig in der Ebene dieses Dreiecks liegen. Im letzteren Fall, wenn die Seiten BC , CA , AB des Dreiecks ABC von den Seiten ab , bc , ca des Dreiecks abc in den Punkten m , p , n ; m' , p' , n' ; m'' , p'' , n'' getroffen werden, ergiebt die *Menelaus*-relation für das Dreieck abc mit den Transversalen AB , BC , CA und für das Dreieck ABC mit den Transversalen ab , bc , ca die Beziehungen ¹⁾:

$$\begin{aligned} & am \cdot am' \cdot am'' \cdot bp \cdot bp' \cdot bp'' \cdot cn \cdot cn' \cdot cn'' \\ &= an \cdot an' \cdot an'' \cdot bm \cdot bm' \cdot bm'' \cdot cp \cdot cp' \cdot cp''; \\ & Am' \cdot An' \cdot Ap' \cdot Cm \cdot Cn \cdot Cp \cdot Bm'' \cdot Bn'' \cdot Bp'' \\ &= Am'' \cdot An'' \cdot Ap'' \cdot Bm \cdot Bn \cdot Bp \cdot Cm' \cdot Cn' \cdot Cp'. \end{aligned}$$

Leicht ist die Ausdehnung dieses Satzes für den Fall, dass die Seiten des Dreiecks abc alle Seiten eines Polygons schneiden. Das Theorem ist auch gültig, wenn an Stelle des Polygons eine algebraische Kurve (*courbe géométrique*) tritt; man hat alsdann nur die *Menelaus*-

1) (9, Nr. 232).

lation des Dreiecks abc für alle Tangenten aufzustellen, welche in den Schnittpunkten der Kurve mit den Dreiecksseiten konstruiert werden können. Bezeichnet (ab) das Produkt aller auf der Seite ab von der Kurve gebildeten und von a aus gerechneten Abschnitte etc., so erhält man als kurzen Ausdruck dieses Satzes ¹⁾:

$$(ab) \cdot (bc) \cdot (ca) = (ba) \cdot (cb) \cdot (ac).$$

Dieses „Theorem von Carnot“ wird sofort auf Kegelschnitte angewendet, speziell für den Fall, dass die Seiten des Dreiecks abc Tangenten sind, aber auch dahin spezialisiert, dass die Ecke a ins Unendliche wandert. Zum System gehören dann ausser der Kurve die Axe bc und die unter beliebigem Winkel gegen sie geneigten parallelen Ordinaten. Obige Relation wird:

$$(ba)/(ca) = (bc)/(cb);$$

die Produkte der auf der Axe gebildeten Abscissen verhalten sich also wie die Produkte der zugehörigen Ordinaten. *Carnot* bemerkt hier ausdrücklich, dieser Satz, „einer der fruchtbarsten der Kurventheorie“, rühre aus der „Aufzählung der Kurven dritter Ordnung“ von *Newton* her.

Ein weiteres Eingehen auf die Kurventheorie ist nicht beabsichtigt. Deswegen kehrt die Untersuchung zur Theorie eines beliebigen Systems von Geraden zurück und findet: die *Menelausrelation* gilt nicht nur für das von einer Transversalgeraden durchsetzte ebene Polygon, sondern auch für das mit einer Transversalebene verknüpfte windschiefe Vieleck; ja es gilt (wie schon aus dem allgemeinen *Carnot'schen* Theorem folgt) ein ähnlicher Satz für zwei in derselben Ebene liegende Polygon $ABC \dots$, $abc \dots$ von beliebig vielen Seiten, sowie für ein windschiefes Polygon mit einem Polyeder verknüpft. Ist (ab) das Produkt der Segmente auf ab von a aus bis zu den Geraden $AB, AC \dots$,

¹⁾ (9, Nr. 235).

oder den Ebenen des Polyeders gerechnet, so hat man
 $(ab) \cdot (bc) \cdot (cd) \cdot \dots = (ba) \cdot (cb) \cdot (dc) \cdot \dots$

Unmittelbar lässt sich aus dem Vorigen für das ebene oder windschiefe Vieleck ABCDEF, dessen Ecken mit einem beliebigen festen Punkt G des Raums (Brennpunkt) verbunden werden, die Beziehung ableiten:

$$\begin{aligned} & \sin \widehat{ABG} \cdot \sin \widehat{BCG} \cdot \dots \cdot \sin \widehat{FAG} \\ &= \sin \widehat{CBG} \cdot \sin \widehat{DCG} \cdot \dots \cdot \sin \widehat{BAG}. \end{aligned}$$

Die Transversalentheorie erstreckt sich auch auf sphärische Figuren, so weit sie aus Grosskreisbögen gebildet sind; statt der Strecken treten Sinusse der entsprechenden Bögen auf. Der Sinussatz, bei den vorigen und diesen Beweisen eine Hauptrolle spielend, ist eben jenes Prinzip, welches die Grundlage für die Theorie der lineo-angularen Grössen bildet.

Das nun folgende 19. Theorem ist der Projektionsatz: In jedem ebenen oder windschiefen Vieleck (Viel-
 flach) ist jede der Seiten (Seitenflächen) gleich der Summe aller andern, je multipliziert mit dem cosinus des Winkels, den die Seite (Seitenfläche) mit der ersten macht. — Betrachtet man eine Ecke dieser Gebilde als unendlich kleine Seite (Seitenfläche), und verschiebt die sie enthaltende Gerade (Ebene) parallel ihrer Richtung, so hat man sofort den Satz, dass die orthogonale Projektion eines geschlossenen Polygons (Polyeders) auf eine Axe (Axenebene) = 0 ist.

Carnot bemerkt an dieser Stelle, der gleiche Satz sei schon früher durch den Genfer Mathematiker Simon Lhuilier mit interessanten Folgerungen bei dem Sekretariat des Nationalinstituts eingereicht worden, ohne dass er früher als bei der Drucklegung der *Géométrie de position* davon Kenntniss erhalten habe. Lhuilier hatte im Jahr 1789 eine *Polygonometrie* herausgegeben. Mit ähnlichen Untersuchungen beschäftigten sich Lambert, Biörsen, Mayer, Lexell.

Allein bei *Carnot* ist die Absicht eine andere: es sind hier nicht bloss spezielle Fälle zu lösen, sondern all diese Einzelheiten sollen in generellen Korrelationstabellen ihre Darstellung finden.

Nun kommt eine grosse Zahl von Sätzen über Polygone und Polyeder, von denen hier die bemerkenswertesten eine Stelle finden.

Satz 22: Für jedes ebene oder windschiefe Vieleck mit den Seiten $a, b, c, \dots$ gelten die Beziehungen:

$$a^2 + b^2 + c^2 + \dots = 2ab \cdot \cos \widehat{ab} + 2ac \cdot \cos \widehat{ac} + \dots;$$

$$a^2 = b^2 + c^2 + d^2 + \dots - 2(bc \cdot \cos \widehat{bc} + bd \cdot \cos \widehat{bd} + \dots)$$

(Verallgemeinerung des pythagoräischen Lehrsatzes für das gewöhnliche Dreieck). Wenn das Polygon seine Gestalt ändert, während die Seiten ihre Längen beibehalten, so ist

$$ab \cdot \cos \widehat{ab} + ac \cdot \cos \widehat{ac} + bc \cdot \cos \widehat{bc} + \dots = \text{const.}$$

Diese Sätze können auf Polyeder übertragen werden.

Satz 23: Das Quadrat der Fläche eines beliebigen Polygons ist gleich der Summe der Quadrate seiner Projektionen auf drei zu einander senkrechte Ebenen.

Satz 24: In jedem ebenen oder windschiefen Vieleck giebt es ein Zentrum der mittleren Entfernungen (*centre des moyennes distances*), dessen Eigenschaft darin besteht, dass die Entfernung dieses Punktes von einer beliebigen Ebene gleich ist der algebraischen Summe der Entfernungen aller Ecken des Polygons von derselben Ebene, geteilt durch die Zahl der Ecken.

Satz 25: Wenn man durch das Zentrum der mittleren Entfernungen eines ebenen oder windschiefen Polygons eine Transversalgerade und von demselben Zentrum aus nach den Ecken Strahlen zieht, so ist die Summe der Produkte dieser Strahlen in den cosinus der Winkel dieser Strahlen mit der Transversalen gleich Null.

Satz 26: Die Summe der Quadrate der Entfernungen aller Ecken eines Polygons vom Zentrum der mittleren Entfernungen ist ein Minimum, d. h. kleiner als die Summe der Entfernungsquadrate von einem beliebigen andern Punkt des Raums.

Die Summe der Entfernungsquadrate aller Ecken eines regulären Polygons von einem Punkt des Umfangs eines um das Zentrum des Vielecks mit beliebigem Halbmesser beschriebenen Kreises ist gleich der n -fachen Summe des Quadrats des Halbmessers des um das Vieleck beschriebenen und des Halbmessers des neugezogenen Kreises.

Diese besondere Folgerung ist in gewissem Sinn eine Ausdehnung des pythagoräischen Lehrsatzes. Denn lässt man den beliebigen Kreis mit jenem um die reguläre Figur beschriebenen Kreis vom Halbmesser R zusammenfallen, und ist K ein beliebiger Punkt des Umfanges, so ergibt sich für das rechtwinklige Dreieck ABK (als einbeschriebenes reguläres Zweieck betrachtet), ebenso für das einbeschriebene reguläre Dreieck, Viereck etc.:

$$AK^2 + BK^2 = 2(R^2 + R^2) = 4R^2$$

$$AK^2 + BK^2 + CK^2 = 3(R^2 + R^2) = 6R^2,$$

$$AK^2 + BK^2 + CK^2 + DK^2 = 4(R^2 + R^2) = 8R^2, \text{ etc.}$$

Entsprechende Sätze gelten für einbeschriebene symmetrische Polygone, sowie für alle die einer Kugel einbeschriebenen regulären und symmetrischen Polyeder mit Bezug auf eine konzentrische Kugel etc.

Satz 27: Verbindet man n Punkte des Raumes zu je zweien durch Gerade, so ist die Summe der Quadrate aller dieser Geraden gleich der Summe der Quadrate der Entfernungen dieser Punkte vom Zentrum ihrer mittleren Entfernungen, multipliziert mit n .

Die Anwendung auf ein Punktsystem (Vieleck oder Vielflach), das einen Symmetriepunkt (von Carnot einfach Mittelpunkt genannt) hat, liefert eine Reihe von

Sätzen, deren einige (für das Parallellach) von Legendre aufgestellt worden sind.

Satz 28: In einem System von gegebenen Punkten ist das Quadrat der Entfernung eines beliebigen unter ihnen vom Zentrum der mittleren Entfernungen gleich der Summe der Quadrate der Entfernungen dieses Punktes von allen andern, multipliziert mit der Anzahl der Punkte, minus der Summe der Quadrate der Entfernungen aller Punkte desselben Systems zu je zweien genommen, das Ganze dividiert durch das Quadrat der Anzahl der Punkte.

Satz 29: In jedem Viereck ist die Summe der Quadrate der vier Seiten gleich der Summe der Quadrate der zwei Diagonalen plus dem vierfachen Quadrat der Verbindungsstrecke ihrer Mittelpunkte. — (Diesen Satz hat Euler für das gewöhnliche Viereck aufgestellt; Carnot dehnt ihn auf alle Arten von Vierecken aus.)

Satz 31: In jedem ebenen oder windschiefen Polygon von n Ecken, und in jedem Polyeder ist die Summe der Quadrate der Strecken, welche die Mitten aller Kanten und Diagonalen zu je zweien verbinden, $= \frac{1}{4}$ der Summe der Quadrate dieser Kanten und Diagonalen, multipliziert mit $n - 2$.

Diese ganze Theorie lässt sich eben durch Benützung des Zentrums der mittleren Entfernungen, das nichts anderes ist als der Schwerpunkt des Systems ¹⁾ zur Entwicklung zahlreicher merkwürdiger Folgerungen, erweitern.

Gegeben sei ein System von n Punkten $A, B, C, D \dots$; a'', b'', c'' seien die Zentren der mittleren Entfernungen aller dieser Punkte, betrachtet zu je zweien, d. h. die Mittelpunkte der Geraden $AB, AC, BC, \dots$; die Zentren der mittleren Entfernungen für je drei Punkte seien $a''', b''', c''', \dots$ etc.; K sei das allgemeine Zentrum der mittleren Entfernungen aller Punkte. Ferner sei

1) (8, 158).

x jede Entfernung AK, BK, CK, ...

x'' a''K, b''K, c''K, ...

⋮

X AB, AC, BC, ...

X'' a''b'', a''c'', b''c''

Wählt man die Charakteristik $\int$, um die Summe ¹⁾ auszudrücken, so folgt:

$$\int X^2 = n \int x^2; \quad \int X''^2 = \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \int x''^2;$$

$$\int X'''^2 = \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \int x'''^2; \text{ etc.}$$

$$(n-1) \int x^2 = \frac{1}{2} \int X^2 + 2 \int x''^2;$$

$$\frac{n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2} \int x^2 = \frac{n-2}{3} \int X^2 + 3 \int x'''^2; \text{ etc.}$$

$$2 \int x'''^2 = \left(n-1 - \frac{n}{2} \right) \int x^2;$$

$$3 \int x'''^2 = \left(\frac{n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2} - \frac{n \cdot n-2}{3} \right) \int x^2; \text{ etc.}$$

Auch Satz 32 greift ins Gebiet der Mechanik hinüber, indem er als Beweis dafür, wie nützlich für diese Lehre das Studium der Eigenschaften der Polygone werden kann, ein Analogon zur Theorie der virtuellen Geschwindigkeiten giebt: Wenn man von einem beliebigen Brennpunkt im Raum Strahlen parallel und gleich den Seiten eines ebenen oder windschiefen Polygons zieht und von einem anderen beliebig gewählten Punkt des Raums aus Senkrechte auf jeden dieser Strahlen fällt, so ist die algebraische Summe der Produkte dieser Strahlen je in das Segment vom Brennpunkt bis zum Fusspunkt des Lots gleich Null. — Satz 33 sagt ähnliches aus für ein Polyeder.

1) (9, Nr. 295).

Satz 34: Nennt man in dem einem Kreis eingeschriebenen Vieleck ABCDEF den Winkel $\widehat{ABC}$ dem Teil des Vielecks CDEFA gegenüberliegend, so verhalten sich die Seiten wie die Sinusse der Gegenwinkel. (Verallgemeinerung des bekannten Theorems.)

Satz 36 über den Schnitt der drei gemeinsamen Sehnen dreier Kreise, ganz unvermittelt eingeschoben, wird (ohne Nennung der Quelle) nach Monge bewiesen, „weil dieser Beweis so einfach ist, dass er jedem direkteren vorgezogen werden muss.“ Der Fall, dass keine gemeinsame (reelle) Sehne vorhanden ist, wird nicht berührt.

Satz 37: Wenn man von einem beliebigen Punkt K im Raum nach allen Ecken eines ebenen oder windschiefen Polygons ABC . . . Strahlen zieht, so ist

$$\begin{aligned} & AB \cdot AK \cdot \cos \widehat{BAK} + BC \cdot BK \cdot \cos \widehat{CBK} + \dots \\ &= AB \cdot BK \cdot \cos \widehat{ABK} + BC \cdot CK \cdot \cos \widehat{BCK} + \dots \end{aligned}$$

Der Satz lässt sich auf den Fall ausdehnen, wo die Seitenzahl unendlich wird, d. h. wo das Polygon durch eine algebraische Kurve ersetzt wird.

Der fünfte Abschnitt, im grossen und ganzen der Lösung von 25 elementar-geometrischen Aufgaben gewidmet, nennt im Eingang vier Methoden, die einzeln näher charakterisiert werden. Die synthetische oder graphische Methode verfährt ohne Hilfe der Analysis und konstruiert aus den bekannten Eigenschaften der gegebenen Figuren die gesuchten Stücke. Sie leidet in Folge der Unvollkommenheit unserer Instrumente an dem Mangel einer durch Rechnung zu vermeidenden Ungenauigkeit, ist aber nicht bloss in der Praxis der Künste ausserordentlich nützlich, sondern hat auch den Vorteil, das Auge und die Einbildungskraft durch ihre stets reellen Bilder zu üben und oft zu kurzen und schönen Lösungen zu führen. Im Falle räumlicher Konstruktionen heisst diese graphische

Methode d e s k r i p t i v e G e o m e t r i e, deren Entwicklung man M o n g e verdankt. — Die t r i g o n o m e t r i s c h e Methode bildet zur Lösung einer Aufgabe Ketten von Dreiecken und berechnet diese unter Anwendung der lineo-angularen Grössen. Die a n a l y t i s c h e Methode hält sich nur an die Mittel der Algebra und nimmt aus der Geometrie eben so viel herein, als zur Aufstellung der Bedingungsgleichungen nötig ist. Durch grundsätzliche Benützung eines Koordinatensystems wird sie zur a n a l y t i s c h e n G e o m e t r i e im eigentlichen Sinn. — Sehr häufig ist es zweckmässig, bei der Lösung von Problemen der Elementargeometrie sich der Vorteile jeder einzelnen dieser drei Methoden dadurch zu versichern, dass man im Gang der Untersuchung nach Bedürfnis die eine oder andere der drei Verfahrensweisen zur Geltung kommen lässt, wie dies im Folgenden geschehen soll, so dass eine g e m i s c h t e Methode (*méthode mixte*) entsteht, „wie sie seither in unserem K o r r e l a t i o n s k a l k u l schon zu ihrem Rechte gekommen ist.“

Die Aufgaben 26—44 (Bestimmung von Tangenten und Sehnen, Dreiecksberechnungen und dergl.) sind ganz elementarer Natur. Dann folgt das P r o b l e m v o n C a s t i l l o n: einem gegebenen Kreis vom Mittelpunkt K ein Dreieck abc einzubeschreiben, so dass dessen Seiten ab , bc , ca durch drei gegebene Punkte A , B , C gehen. Die Lösung, welcher eine kurze Berücksichtigung der Vorarbeiten von Castillon (1776), Lagrange, Lexell, Ottajano als Einleitung dient, gelangt unter Anlehnung an Lagrange auf rechnerischem Wege zu einer quadratischen Gleichung für $\operatorname{tg}^{1/2}(\widehat{AKa})$ und zu bekannten Konstruktionen, welche eben deshalb von *Carnot* nicht angeführt werden. — Alle folgenden Aufgaben zielen im wesentlichen darauf hin, zu zeigen, wie ein beliebiges Polygon oder Polyeder aus einer genügenden Anzahl gegebener Stücke berechnet werden kann.

Aufgabe 46 verlangt die Berechnung einer Seite oder Diagonale eines Vierecks, wenn von den vier Seiten m, n, p, q und den zwei Diagonalen r, s fünf Stücke gegeben sind. Die trigonometrische Entwicklung ergibt zwischen den sechs genannten Grössen in Uebereinstimmung mit den von Lexell und Euler gefundenen Resultaten folgende Relation:

$$\begin{aligned} & m^2q^4 + q^2m^4 + n^2p^4 + p^2n^4 + r^2s^4 + s^2r^4 \\ & + m^2n^2s^2 + m^2p^2r^2 + n^2q^2r^2 + p^2q^2s^2 \\ & - (m^2n^2p^2 + m^2n^2q^2 + m^2p^2q^2 + m^2q^2r^2 + m^2q^2s^2 + m^2r^2s^2 \\ & + n^2p^2q^2 + n^2p^2r^2 + n^2p^2s^2 + n^2r^2s^2 + p^2r^2s^2 + q^2r^2s^2) = 0. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck hat für jede der sechs Grössen als Unbekannte die Form: $Ax^4 + Bx^2 + C = 0$ und gilt daher für alle drei Arten von Vierecken ohne Zeichenänderung.

Eine der zahlreichen Anwendungen dieser Formel ist die Lösung der Aufgabe: den Kreis zu zeichnen, der drei andere Kreise berührt (Apollonius wird nicht genannt). Zur Lösung werden vom Mittelpunkt des gesuchten Kreises Lote auf zwei der Zentralen der gegebenen Kreise gefällt. Der Halbmesser x des gesuchten Kreises findet sich vermittelt einer Gleichung zweiten Grads. — Im Vorbeigehen wird bemerkt: wenn ein Kreis K zwei andere mit den Mittelpunkten L und M in A und B berührt, dann werden diese letzteren Kreise durch AB in D und F so geschnitten, dass die Halbmesser DL und BM , AL und FM parallel sind.

Einige weitere in derselben Art behandelte Vierecksaufgaben endigen mit der Anführung des allgemeinen Problems der Polygonometrie: das Viereck in allen möglichen Fällen zu lösen. Die Durchführung wird unter dem Hinweis auf die Arbeiten von Lexell und Lhuillier nur angedeutet.

Die Vorbereitung zur Lösung des entsprechenden Problems im Raum beginnt in Aufgabe 51 mit einer Betrachtung

tung an der dreiseitigen Pyramide: Von den 6 Dingen, nämlich den 3 Kantenwinkeln an der Spitze einer dreiseitigen Pyramide und den 3 Kantenwinkeln an einer anderen Ecke seien 5 gegeben, das 6. zu finden. — Auf diese Weise erscheinen die Hauptformeln der sphärischen Trigonometrie (die allerdings schon von Lagrange gegeben, von Gauss ¹⁾ aber nachher allgemein bewiesen wurden). Durch Rechnung wird in Aufgabe 56 der sphärische Halbmesser des Kreises bestimmt, welcher auf der Kugelfläche drei gegebene Kreise berührt. Für die entsprechende Aufgabe 57: zu vier Kugeln die sie berührende fünfte Kugel zu bestimmen, wird die Rechnung, obwohl unschwierig, wegen zu grosser Ausdehnung (wie auch häufig an andern Stellen) nur angedeutet.

Die direkte Verallgemeinerung von Aufgabe 46, und in der Behandlungsweise völlig mit ihr übereinstimmend, ist Aufgabe 59: Von den zehn Geraden, welche fünf beliebig im Raum gegebene Punkte verbinden, seien neun gegeben, man finde die zehnte. Dieses Problem wird in der später zu berührenden Schrift: „Mémoire sur la relation“ etc. ausführlich behandelt.

Damit hat man die Mittel in der Hand, ein Polyeder in allen möglichen Fällen zu berechnen, d. h. für dasselbe die allgemeine Korrelationstabelle aufzustellen; oder wie *Carnot* es auch ausdrückt: „Man hat das allgemeine Problem der geraden Linie und der Ebene in seiner grössten Allgemeinheit genommen im Prinzip gelöst.“

Der sechste Abschnitt, der letzte des ganzen Werks, handelt von der Koordinatentransformation, entwickelt aber nebenbei, wie die zwei vorausgehenden Abschnitte, eine Anzahl interessanter Eigenschaften elementargeometrischer Figuren. Die ersten Seiten können als treffliche Einleitung in die analyt. Geometrie betrachtet werden.

1) (24, II, 373).

Die als Koordinatensystem benützten festen Objekte bilden Vergleichungsglieder (termes de comparaison), durch deren zweckmässige Ersetzung man neue Eigenschaften der auf sie bezogenen Kurven entdeckt. Es ist also die Kunst der Koordinatentransformation nichts anderes als die Kunst, neue Eigenschaften der Kurven zu finden¹⁾, oder: Die Aenderung des Koordinatensystems ist gleichbedeutend mit der Betrachtung der Natur einer Kurve unter verschiedenen Gesichtspunkten.

Die Ausführung umfasst 16 Aufgaben und 12 Sätze. In Aufgabe 61 gelangt man, ausgehend von der Transformation eines schiefwinkligen ebenen Koordinatensystems in ein zweites, auf anderem Weg als im 4. Abschnitt zu dem Newton'schen und Carnot'schen Satz über die Produkte der sogenannten natürlichen Abscissen²⁾ einer algebraischen Kurve und die ihnen zugehörigen Ordinaten, sowie zu den analogen Sätzen über die Beziehungen eines ebenen (oder windschiefen) Polygons zu einer algebraischen Kurve (oder Fläche), wobei ausdrücklich bemerkt wird, dass derartige Relationen nichts von den Konstanten eines willkürlich mit der Kurve verknüpften Koordinatensystems enthalten, sondern nur Parameter, welche die Form der Kurve bestimmen. Im speziellen Fall werden die Kegelschnitte betrachtet, und zwar (als Beispiel der Koordinatentransformation bei diesen Kurven) das von Descartes in seiner Geometrie gelöste Problem: Im Dreieck ABC treffe die Senkrechte vom beschreibenden Punkt M auf BC diese Seite in P, BA in q, CA in r; man bestimme die Gleichung des Orts für M, wenn MP mittlere Proportionale zu Mq und Mr sein soll.

Damit beginnt die Entwicklung einer Reihe von Transversaleigenschaften der Kegelschnitte. Hervorzuheben ist zunächst Satz 43: Ein Polygon von gerader Seiten-

1) (9, Nr. 363). — 2) (9, Nr. 376).

zahl ABCDEF sei einem Kegelschnitt einbeschrieben, und durch den Punkt M des Kegelschnitts sei eine Gerade in vorgeschriebener Richtung g gezogen; dann ist das Produkt aller von M aus bis zu den geradstelligen Polygonseiten gerechneten Segmente dividiert durch das entsprechende Produkt der Segmente von M bis zu den ungeradstelligen Seiten eine konstante Grösse, so lange die Richtung g nicht geändert wird. Der Satz gilt auch für ein Polygon von ungerader Seitenzahl, wenn in einer Ecke desselben die Tangente gezogen wird. Dieses Theorem erweist sich sehr fruchtbar an merkwürdigen Folgerungen. Eine derselben ist Satz 45: In jedem dem Kegelschnitt einbeschriebenen Sechseck liegen die drei Schnittpunkte entgegengesetzter Seiten auf einer Geraden (Pascal's Name wird hier nicht genannt). — Von Spezialisierungen des Pascal'schen Satzes gelangt man über die Betrachtung des einem Kegelschnitt einbeschriebenen und des zugehörigen umschriebenen Vierecks zur Verallgemeinerung auf Polygone beliebiger Seitenzahl. Es gilt z. B. Satz 49 für das dem Kegelschnitt einbeschriebene Achteck ABCDEFGH (mit Carnot's Bezeichnung):

$$\overline{BF} \cdot \overline{DH} = \overline{AB} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{AH} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{FG} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{GH}.$$

Dieselbe Theorie lässt sich für zwei gerade Linien („betrachtet als unendlich verlängerte Hyperbel¹⁾“) entwickeln. Wenn z. B. auf zwei in R sich schneidenden Geraden die Punkte AA'A'' der Linie MN, BB'B'' der Linie PQ angenommen und die Seiten des Sechsecks ABA'B'A''B'' von der beliebigen Transversalen ab (für a auf PQ, b auf MN) der Reihe nach in c, c₁, c₂, c₃, c₄, c₅ getroffen werden, so gilt (auch für eine beliebige Seitenzahl des Polygons) die Relation:

$$\frac{ac \cdot ac_2 \cdot ac_4}{ac_1 \cdot ac_3 \cdot ac_5} = \frac{bc \cdot bc_2 \cdot bc_4}{bc_1 \cdot bc_3 \cdot bc_5}.$$

1) (9, Nr. 405).

In derselben Figur geben die Punkte $AB A'B'$ ein vollständiges Viereck, und die Transversale ab liefert:

$$\frac{ac \cdot ac_2}{bc \cdot bc_2} = \frac{ac_1 \cdot ac_3}{bc_1 \cdot bc_3}.$$

Diese Beziehung sagt aus, dass auf ab sechs Punkte in *Involution* liegen (*Carnot* kennt diese Bezeichnung nicht, nennt auch *Desargues'* Namen nicht). Ausserdem bietet die Figur mit den Geraden MN , PQ Veranlassung, auf folgenden merkwürdigen Satz hinzuweisen:

Satz 51. Es seien 5 Gerade a, b, c, d, e der Ebene gegeben; die 6 folgenden Geraden schneiden sich in einem Punkte:

$$(1) a; (2) \overline{b \cdot c} \quad \overline{d \cdot e}; (3) \overline{e \cdot a} \quad \overline{b \cdot c} \quad \overline{d \cdot e} \quad \overline{c \cdot b} \quad \overline{e \cdot a} \quad \overline{d \cdot c};$$

$$(4) \overline{e \cdot b} \quad \overline{d \cdot c} \quad \overline{a \cdot e} \quad \overline{b \cdot d} \quad \overline{c \cdot a} \quad \overline{e \cdot b};$$

$$(5) \overline{d \cdot a} \quad \overline{b \cdot c} \quad \overline{e \cdot d} \quad \overline{c \cdot b} \quad \overline{a \cdot e} \quad \overline{d \cdot a};$$

$$(6) \overline{d \cdot a} \quad \overline{c \cdot b} \quad \overline{e \cdot d} \quad \overline{b \cdot c} \quad \overline{a \cdot e} \quad \overline{d \cdot a}.$$

Dies gilt für beliebige Substitutionen der Buchstaben $a b c d e$.

Die letzten Aufgaben sind ausschliesslich der Koordinatentransformation gewidmet. Aufgabe 66 stellt tabellarisch für ein rechtwinkliges Koordinatensystem die Abhängigkeit der wichtigsten Elemente einer ebenen Kurve von den Koordinaten dar; sie bestimmt für einen beliebigen Kurvenpunkt den Brennstrahl, dessen Winkel mit der Abscissenaxe, den Winkel der Tangente und Normale, die Subtangente und Subnormale, den Krümmungshalbmesser. Durch Elimination — damit beschäftigen sich die folgenden Aufgaben — lässt sich die Abhängigkeit der Kurve von zweien der genannten Elemente ausdrücken. Man erkennt auf diese Weise, welche grosse Bedeutung für die Kurventheorie

die Koordinatentransformation hat, wobei unter Koordinaten zwei beliebige Variabeln verstanden werden, welche mit einander die Lage des beschreibenden Punkts bestimmen. Dadurch werden im allgemeinen mit dem Ausdruck für die Eigenschaften der Kurve Willkürlichkeiten verschmolzen, die der Natur der Kurve fremd sind. Man kann allerdings eine Kurve von den im Raum fest gewählten Objekten loslösen, indem man letztere beweglich werden lässt, so dass sie mit der krummen Linie nur ein einziges System bilden, allein dieses neue System ist immerhin komplizierter, als dies die Natur der ursprünglichen Frage über die Beschaffenheit der Kurven verlangt.

In jedem Punkt einer krummen Linie existiert eine Grösse, welche nur von der eigenen Natur der Kurve bestimmt wird, das ist der Krümmungshalbmesser. Eine zweite Grösse der gleichen Eigenschaft würde mit ihm ein Koordinatensystem bilden, durch welches sich das Wesen der Kurve, frei von allen Zufälligkeiten, auf die allgemeinste Art ausdrücken liesse. Neben dem Krümmungshalbmesser könnte man als zweite Variable den Winkel μ wählen, welchen die Tangente des Kurvenpunkts mit einer vom Berührungspunkt ausgehenden, die zur Tangente in unendlich kleiner Entfernung parallel gezogene Kurvensehne halbierenden Geraden bildet; es ergäbe sich

$$\cotg \mu = \frac{dy}{dx} + \frac{ddx(dx^2 + dy^2)}{dx^2(dx \cdot ddy - dy \cdot ddx)}.$$

Nun erst dürfte es Zeit sein, auch die umfangreiche Vorrede der *Géométrie de position*, welche wegen des weitgreifenden Eingehens auf den Gesamtinhalt „als ein wesentlicher Teil des Werkes selbst betrachtet werden ¹⁾“ muss, in Kürze zu berücksichtigen.

Der Titel des Werkes erinnert an die Thatsache, dass Leibniz die Absicht hatte, in den Ausdruck der Bedingungen

1) (9, I).

für ein geometrisches Problem die Lagenverschiedenheit der entsprechenden Teile verglichener Figuren einzuführen und so eine Analysis situs zu schaffen. Dies will das vorliegende Werk nicht sein, sondern es beabsichtigt, im wesentlichen nur diejenigen Verschiedenheiten der Lage einzelner Partien der geometrischen Systeme zu betrachten, welche sich durch einfache Zeichenänderungen in den zu betrachtenden Formeln ausdrücken lassen.

Das ist der wesentliche Gegenstand der *Géométrie de position*; ihr eigentlicher Zweck ist es, in der elementaren Geometrie die gewöhnliche Theorie positiver und negativer Grössen durch den Begriff der direkten und inversen¹⁾ Quantitäten zu ersetzen²⁾. Die eigenartige Gestaltung dieser Positionstheorie rechtfertigt in ganz besonderer Weise den von *Carnot* selbst benützten Namen *Korrelationskalkul*³⁾. Die ersten deutschen Berichte über *Carnot's* Hauptwerk sprechen von einer „Geometrie der Lage“, was häufig zu missverständlichen Auffassungen geführt hat⁴⁾. Daher hält Schumacher⁵⁾ es für nötig darauf hinzuweisen, dass seine Uebersetzung „Geometrie der Stellung“ nur bei flüchtiger Ansicht auffallen könne. Allerdings ist dieser von Schumacher benützte deutsche Titel nach den heutigen Begriffen nicht viel glücklicher gewählt und er scheint dies gefühlt zu haben, weshalb er zur Ergänzung die Worte „oder Anwendung der Analysis auf Geometrie“ folgen lässt. — Die dem ersten Band der vortrefflichen Schumacher'schen Uebersetzung bei-

1) „De Velay, Prof. der Mathematik in Lausanne, hat in seiner Einleitung in die Algebra 1799 schon die Bezeichnung „quantités directes et inverses“ benützt; ich wusste es nicht, als ich in meinem *Traité de la corrélation etc.* dieselbe Benennung brauchte“ (9, XXII). — 2) (9, XXII). — 3) (8, Nr. 91); man denke an den „baryzentrischen Kalkul“ von Möbius! — 4) v. Staudt's „Geometrie der Lage“ ist für französische Leser eine „*Géométrie de situation.*“ — 5) 24, I, VIII).

gefügt Kupfertafeln tragen noch die Ueberschrift: „Geometrie der Lage.“ Sie wurden ¹⁾ „nämlich von einem Buchhändler aus der Rheingegend gekauft, der sie zu einer von ihm projektierten Uebersetzung stechen liess.“

Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace.

Die Positions- oder Korrelationsgeometrie findet in dem drei Jahre später erschienenen dritten geometrischen Werke über die Relation zwischen den Entfernungen von fünf Punkten im Raum und über die Transversalentheorie insofern eine wesentliche Ergänzung, als das aus diesen Materien in dem Korrelationskalkul Gebotene erweitert und mehr im Zusammenhang, mit Ausscheidung alles unwesentlichen, bearbeitet erscheint. *Carnot* selbst erklärt in einem Brief diese kleine Schrift für den besten Zusatz, den er seiner Geometrie zu geben vermöge ²⁾, und bedauert, durch seine schwächliche Gesundheit und anderweitige Arbeiten daran verhindert worden zu sein, diese Zusätze mit dem Hauptwerk zu verschmelzen.

Der Grundgedanke des „Mémoire“ etc. ist schon in der Geometrie klar ausgedrückt ³⁾. Auf drei gegebene Punkte kann ein vierter Punkt derselben Ebene dadurch bezogen werden, dass man zwischen ihren sechs bezüglichen Distanzen eine Relation aufstellt. In ähnlicher Weise kann mit vier gegebenen Punkten des Raums ein fünfter Punkt in Beziehung gesetzt werden, was weiter zur allgemeinen Lösung der Aufgabe der Berechnung eines beliebigen Vielflachs führt. Unter Benützung trigonometrischer Sätze werden Beiträge zur Lösung des Fundamentalproblems der dreidimensionalen Geometrie: „aus irgendwelchen sechs von einander unabhängigen Stücken einer dreiseitigen Pyramide

1) (24, I, VIII). — 2) 24, I, VI). — 3) (9, Nr. 331 ff.).

alle übrigen an ihr konstruierbaren Elemente zu finden,“ geliefert; allein es geht hier zum Unterschied von ähnlichen Arbeiten Eulers, Lagrange's (1773) und des Abbé de Gua (1783) die Absicht dahin, für alle gesuchten Stücke den expliziten Ausdruck in Strecken, schliesslich in den sechs Kanten der dreiseitigen Pyramide zu finden. Obwohl alle diese Lösungen nur Trigonometrie erfordern, hält es der letzte Abschnitt doch für angezeigt, den Zusammenhang mit der Projektionsmethode durch Lösung der Aufgabe der Koordinatentransformation im Raum zu wahren.

Die ganze Arbeit enthält 32 Probleme. Aufgabe 1 entwickelt die Beziehung zwischen den sechs geraden Verbindungslinien von vier Punkten in der Ebene (wie in der Geometrie). Diese Relation dient in dem Folgenden als Grundlage. Für die dreiseitige Pyramide werden, je ausgedrückt in den sechs Kanten, der Reihe nach bestimmt: die Höhen, das Volumen, die Halbmesser der um- und eingeschriebenen Kugel, die Entfernungen eines Höhenfusspunkts von den Ecken und Seiten des zugehörigen Seitenflächendreiecks, die Abstände des Schwerpunkts von den Ecken, die Kantenwinkel, die Winkel je zweier Gegenkanten, die Neigungswinkel der Seitenflächen unter sich und gegen die Kanten, die Winkel der Höhen gegen Kanten und Seitenflächen, der kürzeste Abstand zweier Gegenkanten, der einer Kante bezüglich der umschriebenen Kugel zugehörige Zentriwinkel (Aufgabe 2—17). Aus den sechs Bestimmungsstücken der dreiseitigen Pyramide lassen sich dann mit Hilfe der gefundenen Formeln unter Anwendung der Elimination die als unbekannt vorausgesetzten Grössen finden (Aufgabe 18). Im weiteren (Aufgabe 19—25) folgt das Problem: „Von den sechs Grosskreisbögen, welche vier Punkte einer Kugelfläche verbinden, seien fünf gegeben, man finde den sechsten“ und dessen Anwendung auf die vierseitige Pyramide. In Aufgabe 26 wird die „höchst

bemerkenswerte Formel, der besondere Gegenstand dieser Arbeit ¹⁾“, die Relation zwischen den zehn Geraden, welche fünf beliebige Punkte des Raums verbinden, als eine Gleichung mit 130 Gliedern je von der achten Dimension entwickelt, deren jedes zweite oder vierte Potenzen der zehn Verbindungsstrecken enthält. Der Bau dieser Formel ist in ihren einzelnen Abteilungen so gesetzmässig, dass sie sich leicht abgekürzt darstellen lässt.

Damit sind auch die Mittel gegeben, folgende Aufgaben zu lösen: Aus den bezüglichen Entfernungen von fünf Punkten (sechs Punkten) im Raum den Winkel zu bestimmen, welchen die Verbindungsstrecke zweier derselben (die Ebene von dreien) gegen die Ebene der drei übrigen bildet (Aufgabe 27 und 28). Angedeutet wird (in Aufgabe 29 und 30) die Lösung von Aufgaben, welche nichts anderes bedeuten als im einen Fall die Einführung eines Kugel-, im andern die eines Polarkoordinatensystems zur Berechnung eines Polyeders: „Für jeden Punkt eines beliebig im Raum gegebenen Punktsystems kennt man die Entfernungen von drei als Vergleichungsglieder gewählten festen Punkten (oder den Brennpunkt nach einem festen Punkt und die zwei Winkel, welche derselbe mit zwei durch den festen Punkt gehenden Axen macht); man bestimme alle Strecken und Winkel des Punktsystems.“ — In den zwei letzten Aufgaben (31 und 32) treten die gewöhnlichen rechtwinkligen Koordinaten auf, und zwar werden ausführlich die Elemente einer dreiseitigen Pyramide in den zwölf Koordinaten der vier Ecken ausgedrückt, die fürs allgemeine Polyeder entsprechenden Aufgaben angedeutet und endlich wird noch die Koordinatentransformation von einem gewöhnlichen räumlichen Koordinatensystem auf ein anders aus dem Vorangehenden abgeleitet.

1) (23, 49).

Essai sur la théorie des transversales. Der „Versuch einer Transversalentheorie,“ gleichzeitig mit dem vorigen Aufsatz erschienen und wie ersterer dazu bestimmt, mit der „Géométrie“ verschmolzen zu werden ¹⁾, ist der Ausgangspunkt wichtiger Arbeiten anderer Geometer geworden. Er behandelt in nur zwölf Sätzen geradlinige und Kreistransversalen (die Transversalen höherer Ordnung bleiben der „Géométrie“ vorbehalten) auf eine Weise, wie sie für die Elementargeometrie stets mustergültig bleiben wird.

Jede gerade oder krumme Linie, welche ein ebenes oder räumliches Gebilde schneidet, heisst **Transversale** dieses Systems. Die Transversalentheorie ist eigentlich nichts anderes als die **Theorie der Koordinaten**, welche man, statt sie einen Winkel von endlicher Grösse mit einander bilden zu lassen, auf einer Linie misst. Denn sind x, y die Koordinaten des Kurvenpunkts M in dem System AX, AY mit dem Axenwinkel a , und trifft eine gerade Transversale die x -Axe Ap in p unter dem Winkel b , die y -Axe in q , so dass $Mq = x', Mp = y'$ gesetzt werden kann, dann ist

$$y = y' \frac{\sin b}{\sin a}, \quad x = x' \cdot \frac{\sin(a + b)}{\sin a};$$

man erhält also für die auf der Transversalen Mp genommenen Abschnitte oder Koordinaten eine Gleichung desselben Grads wie die für den Ort von M in x und y .

Der **erste Satz**, „das **Fundamentalprinzip** der ganzen Transversalentheorie, einer sehr grossen Verallgemeinerung fähig und sich auf alle ebenen, windschiefen und sphärischen Polygone erstreckend ²⁾,“ ist die **Menelausrelation** ³⁾: Werden die Seiten AB, BC, CA eines Dreiecks von einer Transversalen in c, a, b ge-

1) (24, II, Vorrede). — 2) (23, 67). — 3) Ohne diesen Namen aufgeführt.

treffen, so gilt für jede Lage der schneidenden Geraden:

$$Ab \cdot Bc \cdot Ca = Ac \cdot Ba \cdot Cb.$$

Der Beweis wird durch ähnliche Dreiecke erbracht, welche man dadurch einführt, dass eine durch B mit AC gezogene Parallele der Transversalen in k begegnet. — Die Seiten des Dreiecks ABC bilden mit der Geraden abc ein vollständiges Viereck (die Definition dieser Figur wird hier wiederholt). Die Anwendung des vorigen Satzes auf jedes der vier Dreiecke mit der vierten Seite als Transversale ergibt vier Relationen (von welchen nur drei von einander unabhängig sind), und diese liefern wieder z. B. für das Viereck BCbc den Satz:

$$\frac{BC \cdot Bc}{bC \cdot bc} = \frac{BA \cdot Ba}{bA \cdot ba}.$$

In den Theoremen 2 und 3 ist die Menelausrelation auf den Fall eines beliebigen Vielecks mit einer Transversalgeraden, und den eines windschiefen Vielecks mit einer Transversalebene ausgedehnt. Ein analoger Satz gilt auch, wie aus dem Sekantensatz abgeleitet werden kann (Satz 4), wenn die Transversale ein Kreis oder eine Kugelfläche ist. Wegen der Transversalkurven höherer Ordnung wird auf die „Géométrie“ verwiesen. — Satz 5 zeigt die Ableitung der Cevarelation¹⁾ aus dem Theorem des Menelaus. Treffen sich die Ecktransversalen Aa, Bb, Cc des Dreiecks ABC in D, so genügt es, auf die Dreiecke AaB, AaC mit den Transversalen Cc, Bb den Fundamentalsatz anzuwenden, um durch Multiplikation beider Gleichungen die Beziehung zu erhalten:

$$Ac \cdot Ba \cdot Cb = Ab \cdot Bc \cdot Ca.$$

Verwendet man wiederum diese Relation in dem vollständigen Viereck ABCD mit $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = 1$, $\overline{AC} \cdot \overline{CD} = F$, $\overline{BC} \cdot \overline{AD} = G$, für das Dreieck ABC (Ecktransversalen-

1) Ohne diesen Namen aufgeführt.

schnitt D) neben der Bemerkung, dass FG eine Transversale desselben Dreiecks ist, so findet sich der Satz 6: „In jedem vollständigen Viereck wird jede der drei Diagonalen von den beiden andern in proportionalen Segmenten (en segments proportionels) geschnitten ¹⁾.“ Hieraus kann wieder gefolgert werden: Wenn eine durch $\overline{FG} \cdot \overline{BD} = k$ gezogene Transversale die Seiten AB, AD in B', D' schneidet, so liegt der Schnittpunkt $\overline{GB'} \cdot \overline{FD'} = C'$ stets in der Geraden AC.

Auf die Teilung einer Strecke in proportionale Abschnitte geht Satz 7 näher ein. Er findet zunächst: Wenn eine Gerade BD durch b und d in proportionale Abschnitte geteilt wird, und man einen beliebigen Punkt A mit diesen vier Punkten verbindet, so gilt:

$$\sin \widehat{BAb} : \sin \widehat{BA d} = \sin \widehat{DA b} : \sin \widehat{DA d}.$$

Besonders betont wird, dass Satz 7 aus zwei Teilen besteht:

(a) Wenn eine Gerade BD durch b und d in proportionale Abschnitte geteilt wird, und man verbindet diese vier Punkte mit einem beliebigen Punkt A, so ist stets

$$\sin \widehat{BAb} : \sin \widehat{BA d} = \sin \widehat{DA b} : \sin \widehat{DA d}.$$

(b) Wenn vier Gerade von einem Punkt ausgehen, und es gilt die vorige Beziehung zwischen den Sinussen, so werden sie von jeder weiteren Geraden in proportionalen Segmenten geschnitten. — Es wird somit auch (Satz 8) jede beliebige Transversale eines vollständigen Vierecks durch zwei Seiten und zwei Diagonalen in proportionale Abschnitte geteilt.

In Satz 9 treten sogar harmonische Ebenenbüschel auf. Die Relationen (insbesondere auch die der Keilwinkel) werden aus dem vorigen durch Benützung der Projektion auf eine zur gemeinsamen Schnittlinie der vier Ebenen senkrechte Ebene hergeleitet. Eine beliebige fünfte Ebene er-

1) (23, 74); der Ausdruck: „harmonisch geteilt“ findet sich bei Carnot nicht.

zeugt mit vier solchen Ebenen lauter Strahlenbüschel der oben bezeichneten Art ¹⁾. — Satz 10 ist identisch mit dem geometrischen Ort in Satz 6, und der Beweis desselben erhält hier wohl nur deshalb von neuem eine Stelle, weil sich ihm die analoge Betrachtung für das räumliche Gebilde anschliesst. Der folgende Satz 11 lautet nämlich: Zieht man vom Punkt A aus Strahlen, welche zwei in K sich schneidende Ebenen in B und b, C und c, D und d, ... treffen, so liegen alle Schnittpunkte $\overline{Bc} \cdot \overline{Cb}$, $\overline{Cd} \cdot \overline{Dc}$, ... in einer Ebene, welche gleichfalls durch K geht.

Satz 12 setzt diese Betrachtungen fort und gelangt auf einem eigentümlichen Umweg im letzten Satz der „Transversalentheorie“ zu einem Grundpfeiler der projektiven Geometrie: zum Satz von Desargues (dessen Name auch hier nicht erwähnt wird). — Auf den Kanten AB, AC, AD einer dreiseitigen Pyramide seien die Punkte m, n, p gegeben; ferner sei

$\overline{Bn} \cdot \overline{Cm} = | = D'$, $\overline{Cp} \cdot \overline{Dn} = | = B'$, $\overline{Dm} \cdot \overline{Bp} = | = C'$;
die Geraden AD', AB', AC' treffen die Grundkanten BC, CD, DB in a, a', a''. Die Cevarelationen der Seitenflächen mit den Transversalenschnittpunkten D', B', C' ergeben bei ihrer Multiplikation:

(1) Die Ecktransversalen Da, Ba', Ca'' gehen durch einen Punkt A' der Basis.

In der Ebene ABa' liegt sowohl AA' als auch BB', d. h. je zwei der Geraden AA', BB', CC', DD' treffen sich; da sie nicht alle in derselben Ebene liegen, und doch jede die drei andern schneiden muss, so folgt:

(2) Die vier Transversalen AA', BB', CC', DD' kreuzen sich in einem Punkt K.

Aus den obigen Sätzen ergibt sich weiter:

(3) Die Ebene B'C'D' enthält die Schnittlinie der

1) (23, 81).

Ebenen BCD , mnp und teilt die Seitenkanten durch die Schnittpunkte B'' , C'' , D'' in proportionale Segmente. „Bemerkenswert“ ist, dass m , n , p auch auf den Verlängerungen der Kanten liegen können, dass $ABCDK$ als fünf im Raum willkürlich gewählte Punkte betrachtet werden dürfen, welche fünf dreiseitige Pyramiden bilden, die der obigen Betrachtung zu Grunde gelegt werden dürfen.

Die Schnittpunkte α' , β' , γ' der Seiten BC und mn , CD und np , BD und mp liegen auf der Schnittlinie der zwei Ebenen BCD , mnp ; bewegt sich nun AC stetig bis in die Ebene ABD hinein, so bleiben α' , β' , γ' in einer Geraden, daher folgt: Wenn man von einem beliebigen Punkt A in derselben Ebene AB , AC , AD zieht, und auf diesen Strahlen die Ecken der Dreiecke BCD , mnp annimmt, sei es auf derselben oder auf den Verlängerungen nach der einen oder andern Seite hin, so liegen die drei Schnittpunkte α' , β' , γ' entsprechender Seiten immer in gerader Linie ¹⁾. Und: Die Geraden BB' , CC' , DD' der Ebene $ABCD$ treffen sich in einem Punkt K ²⁾.

Die Theorie geradliniger Transversalen lässt sich auch auf die Sphärik ausdehnen, wobei an Stelle der Segmente Sinusse von Grosskreisbögen treten. Dies wird in einer kurzen Bemerkung für das sphärische Dreieck und Viereck gezeigt, die weitere Ausführung aber dem Leser überlassen.

Nach der Darlegung der Prinzipien der Transversalentheorie finden sich im „Schluss“ einige Beispiele zur Anwendung derselben. Die Menelaus- und Cevarelation liefert für das System dreier Kreise:

(1) Die Schnittpunkte der äusseren gemeinsamen Tangenten liegen in einer Geraden, — „ein Satz, den Monge

1) Dieser Satz erhält nicht, wie man erwarten sollte die Nr. 4, wird überhaupt in keiner Weise besonders hervorgehoben. —

2) *Carnot* bemerkt nicht, dass dann ebenso mB' , nC' , pD' sich in einem Punkt K' treffen müssen, und dass KK' durch A geht.

durch rein geometrische Betrachtungen in der Geometrie von drei Dimensionen gefunden hat.“

(2) Die Verbindungslinien der Kreismittelpunkte mit den Schnittpunkten der innern gemeinsamen Tangenten gehen durch einen Punkt ¹⁾.

(3) Die Strecke zwischen je zwei Kreismittelpunkten wird durch die Schnittpunkte der gemeinsamen Tangenten in proportionale Segmente geteilt.

Dieselbe Theorie lässt sich auf drei Kreise einer Kugel-
fläche anwenden.

Es seien ferner A, B, C, D Mittelpunkte von vier Kugeln; die Spitzen der äusseren gemeinsamen Berührungskegel für die Kugelpaare A und B , B und C , C und D , D und A , A und C , B und D seien m, n, p, q, r, s , die der entsprechenden inneren Berührungskegel m', n', p', q', r', s' . Wie oben schneiden sich An', Br', Cm' in einem Punkt A' ; in derselben Weise erhält man für die übrigen Begrenzungsflächen der Pyramide $ABCD$ die Punkte B', C', D' . Unter Zuhilfenahme des 12. Satzes findet man:

(1) Die Punkte m, n, p, q, r, s liegen in einer Ebene.

(2) Dasselbe gilt für die Punkte m, n, r, p', q', s' und die entsprechenden Zusammenstellungen.

(3) Die Geraden AA', BB', CC', DD' treffen sich in einem Punkt.

Ferner lassen sich, rein durch wiederholte Anwendung des Sinussatzes, für ein Kreisviereck und das durch die Tangenten in dessen Ecken gebildete Tangentenviereck zwei Menelausrelationen ableiten, welche aussagen, dass die zwei ausserhalb des Kreises liegenden Paare von Gegenseitenschnittpunkten dieser zusammengehörigen Vierecke in einer Geraden liegen; das eine Paar m, n dieser Punkte teilt die von dem andern Paar p, q begrenzte Strecke in proportionale

1) Von den drei übrigen Aehnlichkeits-Axen und -Zentren sagt Carnot nichts.

Abschnitte. — Ohne Beweis wird noch hinzugefügt: Die Diagonalen des ein- und des umbeschriebenen Vierecks schneiden sich in einem Punkt k ; das von k auf mn gefällte Lot kt geht durch den Mittelpunkt des Kreises; der Halbmesser des Kreises ist mittlere Proportionale zwischen den Abständen des Mittelpunkts von k und t etc., Eigenschaften, deren „interessante Einzelheiten zu weit führen würden; ich bemerke nur, dass wenn mK den Kreis in s, s' schneidet, die Geraden ns, ns' Tangenten des Kreises sind¹⁾.“

Wie die Gruppe der 12 Sätze, so endigt auch dieses, den Anwendungen der Transversalentheorie gewidmete Schlusswort mit einem Doppelsatz von einschneidender Bedeutung. — In dem Kreis vom Durchmesser 1 habe das Sechseck $ABCDEF$ die Punkte m, n, p zu Schnittpunkten der Gegenseitenpaare AB und DE , BC und EF , CD und AF . Treffen sich CD und EF in r , so gehen die Seiten des Dreiecks DEr einzeln durch die Punkte m, n, p . Man erhält

$$\begin{array}{lll} \text{aus } \triangle BmE : & BE : mE : : \sin \widehat{BmE} : \sin \widehat{mBE} \text{ } ^2), \\ \text{„ „ } AmD : & mD : AD : : \sin \widehat{mAD} : \sin \widehat{AmD} \text{ } , \\ \text{„ „ } BnE : & nE : BE : : \sin \widehat{nBE} : \sin \widehat{BnE} \text{ } , \\ \text{„ „ } Cnr : & Cr : nr : : \sin \widehat{Cnr} : \sin \widehat{nCr} \text{ } , \\ \text{„ „ } ADp : & AD : Dp : : \sin \widehat{ApD} : \sin \widehat{DAp} \text{ } , \\ \text{„ „ } Fpr : & rp : rF : : \sin \widehat{rFp} : \sin \widehat{rpF} \text{ } . \end{array}$$

Ferner gilt: $Cr : rF : : \sin \widehat{CFr} : \sin \widehat{FCr}$; endlich ist $\sin \widehat{mBE} = AE$, $\sin \widehat{mAD} = BD$, $\sin \widehat{nBE} = CE$, $\sin \widehat{nCr} = BD$, $\sin \widehat{pAD} = DF$, $\sin \widehat{rFp} = AE$, $\sin \widehat{CFr} = CE$, $\sin \widehat{FCr} = DF$.

Aus der Kombination dieser Gleichungen folgt:

$$mD \cdot nE \cdot rp = mE \cdot nr \cdot Dp,$$

d. h. m, n, p liegen in einer Geraden³⁾.

In den Ecken dieses Sechsecks seien Tangenten ge-

1) (23, 92); Pol und Polare! — 2) Schreibweise *Carnot's*. —

3) Auch hier wird Pascal nicht genannt.

zogen, und zwar sollen die Tangenten in B und A, A und F, F und E, E und D, D und C, C und B durch ihre Schnittpunkte das umbeschriebene Sechseck $abcdef$ bilden. Treffen die je zwei Gegenecken verbindenden Diagonalen ad , be , cf den Kreis in den Punkten u und u' , t und t' , s und s' , so folgt aus dem Satz über das ein- und umbeschriebene Viereck, dass die von m , n , p gezogenen Tangenten ihre Berührungspunkte in u und u' , s und s' , t und t' haben; und aus der besonderen Lage von m , n , p auf einer Geraden ergibt sich endlich: Die drei Diagonalen ad , be , cf des umbeschriebenen Sechsecks gehen durch einen Punkt ¹⁾. „Diesen Satz, welcher sich ebenso wie die vorigen auf alle Kegelschnitte erstreckt, verdankt man *B r i a n c h o n*, der schöne Folgerungen daraus gezogen hat.“

Die Ausdehnung dieser Eigenschaften auf die entsprechenden sphärischen Figuren bietet keine Schwierigkeit; insbesondere gelten die Sätze auch für Kegelschnitte. „Um sich davon zu überzeugen, genügt es zu bemerken, dass die Kegelschnitte als Schatten eines Kreises, durch einen leuchtenden Punkt auf einer beliebig geneigten Ebene entworfen, gelten können. — Man fühlt also, welche Entwicklungsfähigkeit der Transversalentheorie zukommt; allein wir haben uns hier darauf beschränken wollen, nur die Prinzipien derselben auseinanderzusetzen“ ²⁾.

Digression sur la nature des quantités dites negatives. Der „Transversalentheorie“ ist diese „Digression“ unmittelbar angeschlossen. Da *Carnot* selbst der Frage nach der Natur negativer Grössen so grosses Gewicht beigemessen und ihr einen nicht unwesentlichen Teil der „Géométrie“ gewidmet hat, so ist eine gesonderte Darstellung der Entwicklungen über diesen Gegenstand nicht zu umgehen.

1) (23, 94). — 2) (23, 95).

Die metaphysische Schwierigkeit, über die Natur der negativen Grössen genaue Aufschlüsse zu geben, war namentlich von Leibniz, D. Bernoulli, Euler und D'Alembert erkannt worden ¹⁾. Auch von andern deutschen Gelehrten wurden Theorien aufgestellt ²⁾, die durch Busse ³⁾ zu *Carnot's* Kenntniss gelangten. Da es diesem die Umstände gerade verboten, den Gegenstand gleichzeitig mit den beiden vorerwähnten Schriften in einer Neubearbeitung seines Hauptwerks zu berücksichtigen, so benützt er die „Digression,“ um in Kürze zu zeigen, „nicht wie man die Anwendung der sogenannten negativen Grössen entbehren kann, sondern worin die Natur dieser Quantitäten besteht, wenn man von ihnen Gebrauch macht“ ⁴⁾.

Nur von den absoluten Quantitäten kann man sich eine klare Vorstellung bilden; die isolierten negativen Quantitäten sind, ebenso wie die imaginären, blosse algebraische Formen, Vernunftgebilde ⁵⁾ (*êtres de raison*), deren sich die Analysis bei ihren abkürzenden Operationen bedient.

Die isolierten negativen Quantitäten werden von den einen als Quantitäten < 0 betrachtet, von den andern als Quantitäten, welche sich von den positiven darin unterscheiden, dass sie in entgegengesetztem Sinn zu jenen genommen werden müssen. Beide Erklärungen führen zu Widersprüchen und Irrtümern. Warum darf man aus $\log(-2)^2 = \log(2)^2$ nicht $2 \log(-2) = 2\log 2$ ableiten? Und wie kann -1 gleichzeitig $> +1$ und $< +1$ sein, was doch die Proportion $+1 : -1 = -1 : +1$ auszusagen scheint ⁶⁾? Ferner: $-3 < +2$, $(-3)^2 > +2^2$, also das

1) (9, II). — 2) Kl ü g e l, Ueber die Lehre von den entgegengesetzten Grössen. Archiv der reinen und angewandten Mathematik, herausgegeben von Hindenburg, 1795. Busse, Formulae linearum subtangentium ac subnormalium. Lipsiae 1798. Busse, Neue Erörterungen über Plus und Minus. Cöthen 1801. — 3) Friedrich Gottlieb von Busse, Dr. phil., Bergkommissionsrat, Prof. der Mathematik und Physik an der Bergakademie zu Freiburg, geb. 1758, gest. 1835. — 4) (23, 99). — 5) (8, 144). — 6) (9, II).

Quadrat der kleineren Quantität ist grösser als das der grösseren! — Und wegen der zweiten Erklärung noch folgendes Beispiel ¹⁾. Auf dem Durchmesser KAB des Kreises über $AB = b - a$ liege der Punkt K im Abstand $KA = a$ vom Umfang. Soll durch K eine Sekante KMM' so gezogen werden, dass der Kreis von ihr die Sehne $MM' = c$ abschneidet, so liefern $KM = x$, $KM' = y$ die Gleichungen:

$$x = \frac{1}{2}(-c \pm \sqrt{c^2 + 4ab}), \quad y = \frac{1}{2}(c \pm \sqrt{c^2 + 4ab}).$$

Es haben zwar x_1 und x_2 entgegengesetzte Zeichen, aber diese Grössen müssen dennoch zur Konstruktion der Punkte M und M' von K aus in derselben Richtung aufgetragen werden. Liegt K innerhalb des Kreises, so erhält man für $KM = x$ zwei positive Werte, die aber in entgegengesetzter Richtung einzutragen sind.

Den Ausdruck „negative Quantität“ enthält die Algebra in zwei verschiedenen Auffassungen ²⁾. Nach der ersten ist eine negative Quantität eine solche, welche mit dem Zeichen minus behaftet ist; nach der zweiten aber eine Quantität, die mit entgegengesetztem Zeichen zu dem behaftet ist, welches sie in jenem System hatte, das man als Vergleichungsglied, als primitives System nahm. So ist in der Formel

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

nach der ersten Auffassung das letzte Glied negativ. Nach der zweiten Auffassung bleibt dieses Glied, wenn die Formel auch für den zweiten Quadranten gelten soll, positiv, während die linke Seite negativ geworden ist. Im letzteren Fall benützen wir den Begriff der „inversen Grösse.“ Zusammenfassend kann man alsdann folgende Sätze aufstellen ³⁾:

1. Es giebt keine wirklichen Grössen als diejenigen, welche man absolute Quantitäten nennt; ihnen kann man die positiven Quantitäten zurechnen.

2. Der Ausdruck „negative Quantität“ wird von den Algebraisten in zwei wesentlich verschiedenen Auffassungen

1) (9, VI). — 2) (23, 99). — 3) (23, 109).

genommen; die eine bezieht sich auf die mit dem Zeichen minus behafteten Quantitäten, die andere auf Quantitäten, welche mit dem entgegengesetzten Zeichen zu jenem behaftet sind, das sie im primitiven System haben.

3. Um die Zweideutigkeit und Dunkelheit zu vermeiden, welche dieser doppelten Auffassung entspringen kann, empfiehlt es sich, zwei verschiedene Benennungen für das zu gebrauchen, was man gewöhnlich „negative Quantitäten“ nennt, indem man den Ausdruck „negative Quantität im eigentlichen Sinn“ den mit dem Zeichen minus behafteten Quantitäten vorbehält, dagegen „inverse Quantitäten“ diejenigen nennt, welche mit dem entgegengesetzten Zeichen zu jenem behaftet sind, das sie haben sollten (d. h. das sie im primitiven System wirklich haben).

4. Die „negativen Quantitäten im eigentlichen Sinn“ sind ebenso absurde Wesen, wie die imaginären Grössen; beides sind rein algebraische Formen, welche man auf Grund der einfachen Analogie in die Rechnung einführt, wie wenn sie wirkliche Quantitäten wären.

5. Die Rechnung wird erst einer Deutung fähig, wenn man in Folge von ausgeführten Transformationen zu einem Resultat gelangt ist, in welchem alle eintretenden Grössen absolute Quantitäten sind, und wo die Zeichen keine Operation mehr andeuten, die sich nicht ausführen lässt.

6. Gerade diese Anwendung der negativen und imaginären Quantitäten in der Rechnung ist es, was die Analyse von der Synthese unterscheidet und ersterer ein so grosses Uebergewicht gewährt.

7. Die „inversen Quantitäten“ zeigen immer an, dass man in der Rechnung einen Irrtum begangen hat, der darin besteht, dass bei der Aufstellung der Gleichung eine Unvereinbarkeit der Bedingungen der Aufgabe mit den gemachten Voraussetzungen nicht entdeckt worden ist.

8. Diesem Irrtum wird begegnet, wenn man Modifikationen anbringt, sei es an den Bedingungen oder den Hypothesen, bis sich im Resultat keine inverse Quantität mehr zeigt.

9. Man kann das Resultat der Rechnung abwarten, ehe man diese Modifikationen einführt, weil sie sich hier oft in sehr einfacher Weise erkennen lassen.

10. Jede inverse Quantität ist die Differenz zweier andern direkten Quantitäten, von denen bei Aufstellung der Gleichung die grössere als kleinere genommen worden ist.

11. In dieser letzteren Auffassung allein ist es begründet zu sagen, dass eine Quantität beim Durchgang durch Null oder Unendlich invers werden kann.

12. Die Unterscheidung der „negativen Quantitäten im eigentlichen Sinn“ und der „inversen Quantitäten“ ändert an dem Rechnungsverfahren nichts; aber sie lässt die Widersprüche und Undeutlichkeiten verschwinden, welche notwendig aus der Anwendung einer Benennung für zwei wesentlich verschiedene Dinge hervorgehen.

Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal. Diese „Reflexionen¹⁾“ sollen kein Lehrbuch darstellen, sondern nur die Fundamentalbegriffe und Regeln entwickeln. Dabei hält sich *Carnot*, im Gegensatz zu Lagrange, auf die Seite Leibnizens, von dessen Methode er die wesentlichen und charakteristischen Züge beibehält. — Die „Reflexionen“ sind ein integrierender Bestandteil der „Géométrie“²⁾, denn die Infinitesimalrechnung hat viel Analogie mit der dort behandelten Theorie der direkten und inversen Quantitäten. Man benützt in der

1) Erste Ausgabe 1797. Die zweite sehr vermehrte Ausgabe erschien 1813. Erster Druck mit dem „Essai sur les machines“ in „Oeuvres math. de *Carnot*“ 1797. Ins Englische übersetzt durch William Dickson 1801, ins Deutsche durch Hauff 1800 („*Carnot's* Betrachtungen über die Theorie der Infinitesimalrechnung“). — 2) (9, 19).

Differenzialrechnung auch ein festes System als Vergleichungsglied für die stetige Aenderung des darauf bezogenen variablen Systems. Die Differenz einer beliebigen Grösse mit ihrer Grenze kann unendlich klein werden; eine unendlich kleine Grösse ist nicht selbst $= 0$, aber sie hat 0 zur Grenze ¹⁾. Das Verhältniss solcher Grössen giebt beim Uebergang auf die Grenzen Ausdrücke von der Form $0/0$, deren Wert auszumitteln ist. Es ist also die Infinitesimalrechnung nichts anderes als die Methode, unbestimmte Ausdrücke auszuwerten (*méthode des indéterminées*) ²⁾.

Zur Infinitesimalrechnung haben Untersuchungen geführt, deren Schwierigkeit nur durch Vernachlässigung gewisser kleiner Grössen umgangen werden konnte. Einfache Beispiele dafür sind die Konstruktion der Tangente und die Bestimmung der Fläche eines Kreises. Man ist genötigt, ausser den endlichen Grössen noch infinitesimale Quantitäten ³⁾ einzuführen; diese haben entweder Null zur Grenze und heissen dann unendlich klein, oder sie sind die reciproken Werte von solchen und heissen dann unendlich gross. Die Kunst, mit ihrer Hilfe Relationen zwischen verschiedenen Partien eines beliebigen Systems von Grössen zu entdecken, heisst Infinitesimalrechnung. In ihr treten Gleichungen auf, deren beide Seiten sich nur um eine unendlich kleine Grösse unterscheiden; man kann sie *unvollkommene Gleichungen* ⁴⁾ (*équations imparfaites*) nennen. — Das Mathematisch-Unendlichkleine ist entweder noch fassbar (*l'infini sensible*), d. h. eine unendlich kleine Grösse, deren Wert nicht Null ist, oder es ist absolut unendlich klein (*l'infini absolu ou métaphysique*), d. h. nicht eine unendlich kleine Grösse im ersten Sinn, sondern deren letzter Wert. Vom ersten Gesichtspunkt aus betrachtet sind die unendlich kleinen Quantitäten effektive Grössen, und die Differenzialrechnung ist dann nichts anderes als eine

1) (9, 17). — 2) (9, 18). — 3) (14, 151). — 4) (14, 155).

„Rechnung der ausgeglichenen Fehler“; im zweiten Fall ist es die Kunst, verschwindende Grössen unter sich und mit andern zu vergleichen, um daraus nach dem Gesetz der K o n t i n u i t ä t, welchem das System der unendlich kleinen Hilfsgrössen bei seiner Aenderung unterworfen ist, Relationen zwischen vorgelegten Grössen abzuleiten. Diese unendlich kleinen Grössen sind wie die negativen und imaginären Grössen auch bloss Vernunft-Gebilde, allein sie haben mathematische Eigenschaften, so dass sich an ihnen rechnerische Operationen vornehmen lassen.

Nun folgt die Anwendung dieser Prinzipien. In der Leibniz'schen Weise werden die Differenzialquotienten von $a + b + \dots + x + y + \dots$, xy , x/y , x^m gebildet und zur Bestimmung der Subtangente der Ellipse, des Maximums der Funktion $\sqrt{2ax - x^2}$, des Wendepunkts einer Kurve und der Oberfläche eines parabolischen Segments benützt. — Im Schlusswort verteidigt *Carnot* die Infinitesimalmethode gegen diejenigen, welche behaupten, durch sie werde die Gewissheit in der Mathematik zerstört. „Soll man auf die ungeheuren Vorteile dieser Rechnung verzichten, aus Furcht, sich einen Augenblick vom strengen Weg der Elementargeometrie zu entfernen? Oder soll man diesem einheitlichen und leichten Weg, der zu Entdeckungen führt, einen dornenvollen Fusssteig vorziehen, auf dem man leicht verirrt? Und ein solcher ist die Methode der Grenzen, wenn man sie ausschliesslich anwenden will“ ¹⁾.

Mechanik. Die Arbeit über Mechanik, mit welcher *Carnot* sich in der wissenschaftlichen Welt einführte, und die ihm auch sofort das Lob des Instituts eintrug, erschien 1783, zunächst ohne den Namen des Verfassers, als „Essai sur les machines en général par un officier du Génie“, erlebte 1786 mit *Carnot's* Namen versehen die zweite Auflage,

1) (14, 204).

welche 1797 mit den „Réflexions etc.“ unverändert in die „Oeuvres mathématiques du citoyen *Carnot*“ übergieng ¹⁾. Auf dringende Anregung mehrerer Gelehrten ²⁾ unternahm *Carnot* im Jahr 1803 ³⁾ die Neubearbeitung. Obwohl an den Fundamenten der Schrift, mit Ausnahme dessen, was sich auf das Prinzip der geringsten Aktion bezieht, nur wenig geändert wurde, entstand doch durch eine andere Stoffanordnung und breitere Ausführung gewisser Kapitel ein in manchen Beziehungen neues Werk, das deshalb auch einen andern Titel erhielt; es erschien im genannten Jahr als ein Buch über die „Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement ⁴⁾“.

Die umfangreiche Vorrede von 17 Seiten betont, dass dieses Werk in prinzipiellem Gegensatz zu der gewöhnlich befolgten Methode alles auf den Stoss der Körper, auf die plötzlichen Zustandsänderungen zurückführt und daraus die stetigen Aenderungen als besonderen Fall des allgemeinen Problems ableitet. Zu diesem Zweck musste an Stelle des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten ein umfassenderes, das der geometrischen Bewegungen den Ausgangspunkt bilden. Um den metaphysischen Begriff der Kraft zu vermeiden, wird mit der *Dynamik* begonnen; aus ihr ergeben sich die Gleichungen für die

1) Das erste Erscheinen wird teils ins Jahr 1783, teils ins folgende Jahr verlegt. Erstere Zahl findet sich in (5, 474), (7, I, 117), (3, 427), (18, 200), letztere in (5, 479); wahrscheinlich trägt das im November oder Dezember 1783 erschienene Buch die Jahreszahl 1784.

Auf der letzten Seite der Ausgabe von 1786 steht zu lesen: „Auf Befehl des Grosssiegelbewahrers habe ich ein Manuskript mit dem Titel „Versuch über die Maschinen im allgemeinen“ gelesen. Dieses Werk scheint mir bei verdienstlichem Inhalt Klarheit und Genauigkeit der Sprache zu besitzen, so dass der Druck desselben für die Fortschritte der Mechanik nützlich sein wird.“

Dijon, den 6. Januar 1782.

Maret, kgl. Censor.

2) (19, V). — 3) (18, 200); das 1805 ist offenbar Druckfehler. —

4) „Grundsätze der Mechanik vom Gleichgewicht und der Bewegung,“ etc. Aus dem Französischen von Weiss. Leipzig 1805.

Statik durch Spezialisierung. Die Verfolgung dieses Ganges führt dazu, von der Erfahrung auszugehen; daher enthält der erste oder experimentelle Teil des Werks die Vorbegriffe und Thatsachen, auf welche die Mechanik sich gründen lässt, während der zweite Teil in rationeller Weise und durch analytische Rechnung die Folgerungen aus den auf Grund der Erfahrung als richtig erkannten Funtamentalprinzipien herleitet. Den Schluss bilden Reflexionen über die Anwendung der Hauptsätze auf die Maschinen im allgemeinen, um namentlich mit Nachdruck der Ansicht zu begegnen, welche immer noch an einen Maschinentzauber, an die Möglichkeit der Herstellung des Perpetuum mobile glaubt.

Der erste Teil, eigentlich nur eine Uebersicht der im zweiten Teil bewiesenen Prinzipien, nennt die aus der Erfahrung geschöpften Grundbegriffe der Mechanik; dann folgt die Betrachtung der gleichförmigen und ungleichförmigen Bewegung. Das Beispiel zweier unelastischen Kugeln, welche bei gleichen Massen und gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Geschwindigkeit (oder deren Massen den Geschwindigkeiten indirekt proportional sind) aufeinanderstossen, zeigt, wie bei völliger Zerstörung aller Bewegungen als besonderer Fall Gleichgewicht eintritt. Die beim Stoss zu berücksichtigende Grösse, das Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit ¹⁾ ist die Bewegungsgrösse, auch Stosskraft genannt. — Die Kräfte heissen wirkende Kräfte (*forces sollicitantes*) oder Widerstände (*forces résistantes*), je nachdem ihre Richtung mit der Richtung der Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes einen spitzen oder stumpfen Winkel einschliesst. Auf die Erklärung der Begriffe „lebendige Kraft, Moment der Kraft, Arbeit der Kraft (*moment d'activité*)“ folgen

1) *Carnot* macht darauf aufmerksam, dass dies nur eine abgekürzte Sprechweise ist, dass überall »Masszahlen« zu nehmen sind.

sieben Hypothesen als allgemeine Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegung ¹⁾:

1. „Wenn ein Körper in Bewegung ist, so kann er nicht von selbst seine Geschwindigkeit oder deren Richtung ändern.

2. Wenn man an verschiedenen Teilen eines im Gleichgewicht sich befindenden Systems neue Kräfte anbringt, die unter sich im Gleichgewicht sind, so wird dadurch das Gleichgewicht des Systems nicht gestört.

3. Wenn mehrere Kräfte im Gleichgewicht sind, so ist jede dieser Kräfte gleich und entgegengesetzt gerichtet der Resultante aller andern.

4. Die Bewegungsgrößen, welche sich jeden Augenblick in einem körperlichen System zerstören, lassen sich immer nach der Verbindungslinie der zwei beweglichen Partien, an denen sie wirken, in entgegengesetzt gleiche Kräfte zerlegen und diese werden in jeder einzelnen Partie durch die Aktion der anderen zerstört.

5. Die Wirkung, welche zwei angrenzende Körper auf einander durch Stoss, Pressung oder Zug ausüben, hängt nicht von ihren absoluten, sondern nur von ihren relativen Geschwindigkeiten ab.

6. Die Bewegungsgrößen, welche die Körper durch Fäden oder Stangen auf einander ausüben, sind im Sinne der letzteren gerichtet, und die durch Stoss oder Pressung hervorgebrachten im Sinne der Normalen des Berührungspunktes.

7. Wenn die sich stossenden Körper vollkommen hart oder vollkommen weich sind, so gehen sie nach dem Stoss gemeinsam in der Linie ihrer reciproken Aktion senkrecht zur Tangentialebene im Berührungspunkt weiter. Wenn die Körper vollkommen elastisch sind, so trennen sie sich nach dem Stoss mit einer relativen Geschwindigkeit, welche

1) (19, 49).

der vor dem Stoss entgegengesetzt-gleich ist. Wenn die Körper weder vollkommen unelastisch noch vollkommen elastisch sind, so trennen sie sich mit einer mehr oder weniger grossen relativen Geschwindigkeit.“

Die hieraus abgeleiteten Folgerungen bringen Sätze über die Trägheit, über das System der in einem Punkt angreifenden Kräfte, über parallele Kräfte und den Schwerpunkt; den Schluss bildet das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Der zweite Teil übersetzt die im ersten Teil enthaltenen Theoreme in algebraische Formeln und liefert deren Beweis, ausgehend von den oben aufgestellten Hypothesen. Voran steht der Stoss, aus dessen Gesetzen die Theoreme über eine sich stetig ändernde Bewegung gefolgert werden. — Nunmehr findet die Einführung des Begriffs der geometrischen Bewegungen statt. Zwei Körper, z. B. zwei Kugeln K_1 und K_2 können dreierlei verschiedene Beziehungen zu einander haben ¹⁾; sie können ohne jegliche Verknüpfung sein, oder sie können durch Stoss, Druck oder Zug auf einander wirken, oder aber können sie neben einander liegen in einfacher Berührung, ohne irgend welche Aktion auf einander. Wenn diese Kugeln K_1 und K_2 in ihrer Zentrale mit gleichen und gleichgerichteten Geschwindigkeiten laufen, so ist ihre Bewegung geometrisch, weil man sie jeden Augenblick mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung bewegen könnte; haben sie aber ursprünglich in der Zentralen gleiche und entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeiten, so dass sie sich von einander entfernen, dann sind diese Bewegungen nicht mehr geometrisch, weil wegen der Undringlichkeit es nicht möglich wäre, dass beide Kugeln, in einem bestimmten Augenblick umkehrend, diese Bewegung unbegrenzt fortsetzten. Zwei Kugeln, welche durch

1) (9, Nr. 298).

einen gespannten unelastischen Faden verbunden sind, vollführen eine geometrische Bewegung, so lange ihre Entfernung gleich der Länge des Fadens ist; ebenso eine Kugel, welche im Innern einer Hohlkugel rollt. Bei diesen Bewegungen üben die Körper keine Aktion auf einander aus; dieselben sind also völlig unabhängig von den Regeln der Dynamik; „aus diesem Grunde habe ich sie geometrische Bewegungen genannt ¹⁾“. Allgemein gesagt: Jede Bewegung, welche einem System von Körpern beigelegt, an der Intensität der Aktion, welche diese Körper auf einander ausüben oder ausüben könnten, wenn man ihnen andere beliebige Bewegungen beilegen würde, nichts ändert, heisst eine geometrische Bewegung ²⁾. Die Geschwindigkeit, welche das Mobile annimmt, heisst geometrische Geschwindigkeit. Dazu nehme man die Definition: Wenn in einem starren System, sei es unmittelbar, sei es durch Vermittlung einer Maschine ohne Federn, Gleichgewicht herrscht, und man stört dieses Gleichgewicht durch eine kleine Kraft, so heisst die Geschwindigkeit jedes Körpers des Systems seine virtuelle Geschwindigkeit, und die allgemeine Bewegung des Systems heisst alsdann eine virtuelle Bewegung. Dann stellt sich heraus: Jede virtuelle Bewegung in einem beliebigen System von Körpern ist notwendig geometrisch ³⁾, ein Satz, der die virtuellen Bewegungen unter die grössere Klasse der geometrischen Bewegungen einordnet.

Die Eigenschaften der geometrischen Bewegungen dienen zur Ableitung einer grossen Reihe von Sätzen über den Stoss und über die Bewegung materieller Systeme überhaupt, von denen besonders die folgenden hervorgehoben zu werden verdienen.

Satz 12 (für unelastische Körper): Die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoss ist gleich der Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoss, plus der Summe

1) (14, 23). — 2) (19, 136). — 3) (19, 130).

der lebendigen Kräfte, welche statthätten, wenn jeder dieser Körper sich mit der durch den Stoss verlorenen Geschwindigkeit frei bewegen würde.

Zusatz: Beim Stoss unelastischer Körper findet immer ein Verlust an lebendiger Kraft statt, sei es, dass der Stoss unmittelbar erfolgt, oder durch Maschinen ohne Federn ausgeübt wird, und dieser Verlust an lebendiger Kraft ist gleich der Summe der lebendigen Kräfte, welche statthände, wenn jeder Körper sich mit der beim Stoss verlorenen Geschwindigkeit frei bewegen würde. Das ist das Prinzip des Verlustes an lebendiger Kraft beim Stoss unelastischer Körper¹⁾.

Satz 15: Wenn in einem materiellen System unelastische Körper durch Stoss auf einander wirken können, so dass eine plötzliche Zustandsänderung des Systems erfolgt, so findet nach der Einwirkung eine geometrische Bewegung statt, die so beschaffen ist, dass die Summe der Produkte jeder Masse in das Quadrat der verloren gegangenen Geschwindigkeit ein Minimum ist.

Satz 22 nennt das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kraft in einem materiellen System, das seine Bewegung stetig ändert.

Satz 27 stellt Gleichgewichtsbedingungen auf (Summe aller Kräfte und Momente für eine beliebige Axe gleich Null), ferner das Prinzip der geringsten Aktion, welches Lagrange²⁾ folgendermassen ausgesprochen hat: Ein materielles System werde von gegenseitig sich anziehenden Kräften angegriffen, oder von solchen, die nach festen Zentren gerichtet und beliebigen Funktionen der Entfernungen proportional sind; die von den verschiedenen Körpern beschriebenen Kurven und ihre Geschwindigkeiten sind notwendigerweise derart, dass die Summe der Produkte jeder Masse in das Integral

1) (19, 149). — 2) (19, 221).

aus dem Produkt der Geschwindigkeit und dem Kurvenelement ein Maximum oder Minimum ist.

Der Zusatz über die Anwendung von bewegenden Kräften bei Maschinen im allgemeinen äussert sich, jener Zeitrichtung entsprechend (Daniel Bernoulli, Coulomb, Bossut, Dupin thun dasselbe) über menschliche und tierische Arbeit und Leistungsfähigkeit. Daneben hat die zweite Ausgabe (hier in die Vorrede verwiesen) noch eine Reihe von Bemerkungen über die Unmöglichkeit des perpetuum mobile. Die irrtümliche Ansicht ¹⁾, „man könne durch Anwendung von geheimnisvoll angeordneten Hebeln durch eine beliebig kleine Kraft die grössten Effekte hervorbringen, rührt daher, dass man sich einredet, man dürfe auf eine sich bewegende Maschine das anwenden, was doch nur für den Fall des Gleichgewichtes wahr ist“. Da eine kleine Kraft einem sehr grossen Zug das Gleichgewicht halten kann, so glauben viele Personen, dieselbe kleine Kraft könne jenes Gewicht so schnell bewegen als man nur wolle. Dies ist aber ein grober Irrtum; denn im Fall des Gleichgewichtes hat das Agens keine andere Aufgabe zu erfüllen, als die, das Gleichgewicht zu erhalten; im zweiten muss es ausserdem die Trägheit seiner Masse und derjenigen des andern Gewichts überwinden. Die wahre Bedeutung ²⁾ der sich bewegenden Maschinen besteht nicht darin, grosse Wirkungen mit kleinen Mitteln zu erzielen, sondern die Wahl zu haben, zwischen verschiedenen im allgemeinen gleichwertigen Mitteln dasjenige anzuwenden, welches im speziellen Fall am vorteilhaftesten wirkt. Will man mit einer gegebenen Maschine den grössten Erfolg erzielen, so ist bei der Anwendung von Kräften lebender Wesen zu beachten, dass „jede Art von Agens mit Rücksicht auf seine Natur oder physische Konstitution ein Maximum hat, das nur durch die Erfahrung bestimmt werden

1) (14, 96). — 2) (14, 95).

kann ¹⁾“. Für jedes körperliche starre System aber, d. h. für jede Maschine im allgemeinen Sinn (auch für Maschinen mit Federn, deren Spannung konstant bleibt) gilt der Satz ²⁾: Welches auch die im System verursachte Aenderung sein mag: die während einer beliebigen Zeit durch die äusseren Kräfte verzehrte Arbeit ist immer gleich der Hälfte der Grösse, um welche die Summe der lebendigen Kräfte in dem System während dieser Zeit vermehrt wird, weniger der Hälfte der Grösse, um welche dieselbe Summe vermehrt worden wäre, wenn jeder der Körper sich unter dem Einfluss seiner bewegenden Kraft auf seiner Kurve frei bewegt hätte, immer vorausgesetzt, dass die Bewegung sich stetig ändert und dass etwa vorhandene Federn konstante Spannung haben ³⁾.

Carnot über die Luftschiffahrt. Gleich nach dem Erscheinen des „Essai sur les machines“ hatte *Carnot* Gelegenheit, sich über eine Frage der Mechanik, welche die ganze Oeffentlichkeit in die grösste Spannung versetzte, zu äussern. Anlässlich einer Abhandlung über den Flug der Vögel ⁴⁾ hatte die Akademie 1782 erklärt, es werde dem

1) (14, 103). — 2) (19, 261). — 3) Das *Carnot-Clausius'sche* Prinzip, der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie („ein Kreisprozess, dessen einziges Resultat die Verwandlung von Wärme in mechanische Arbeit wäre, ist unmöglich; stets ist mit diesem Resultat ein anderes verknüpft, nämlich der Uebergang von Wärme aus einem wärmeren in einen kälteren Körper“) ist nicht auf L. N. M. *Carnot*, sondern auf dessen ältesten Sohn *Sadi Carnot*, geb. 1796, gest. 1832, zurückzuführen, der in den „Réflexions sur la puissance motrice du feu (Paris 1824)“ den Satz aufstellte, dass das Aequivalent der durch Wärme geleisteten Arbeit in dem Uebergang einer gewissen Wärmemenge aus einem wärmeren in einen kälteren Körper zu suchen sei, dass somit die geleistete Arbeit der überflossenen Wärme und der Temperaturdifferenz der Wärmequellen proportional sei. Dieser Satz wurde von Clausius in der oben gegebenen Gestalt als zweiter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie zugelegt. (Wüllner, Physik III, 414); (2, III). — 4) (7, 121).

Menschen nie gelingen, in die Lüfte emporzuschweben. Jedoch schon ein Jahr später, am 5. Juni 1783, erhoben sich die Gebrüder Mongolfier mit ihrem durch warme Luft aufgeblähten Ballon mehr als 2000 m über die Erdoberfläche. Einer öffentlichen Aufforderung des ständigen Sekretärs der Akademie, Lalande folgend, reichte *Carnot* 1784 eine kleine Abhandlung über lenkbare Luftschiffe ein. In derselben führte er aus, dass ein Luftschiff um so leichter zu lenken sein müsse, je grösser es sei, weil der Auftrieb proportional der dritten Potenz, der Widerstand aber nur proportional dem Quadrat des Durchmessers der Kugel sei, weil also dann die lenkenden Kräfte (die mitgeführte Menschenzahl) rascher wachsen können als die Widerstände. Die Kraft dieser Menschen sollte durch Radapparate erhöht werden; auf diese müsste sich eine gewisse pulsierende Bewegung übertragen lassen, die man durch Erwärmung und Abkühlung der Füllung des Ballons hervorrufen könne¹⁾. Der Erfolg der Luftschiffahrt schien ihm unzweifelhaft, daher schloss er mit der Erklärung, dass er sich glücklich schätzen würde, wenn man ihm die Konstruktion eines Luftschiffs übertragen wollte. — In der gleichen Abhandlung²⁾, welche durch einen Kameraden *Carnot's*, den Génie-offizier Meunier, der Akademie überreicht worden war, findet sich als ein Beweis dafür, dass *Carnot* damals schon die hohe industrielle Bedeutung der Dampfkraft ahnte, die merkwürdige Stelle³⁾: „Bemerken Sie, meine Herren, wie viele Arme man im Gewerbe ersparen kann, wenn man die Mechanik des Feuers besser kennen wird; ich glaube voraussagen zu dürfen, dass ehe 10 Jahre verfliessen, sie erstaunliche Umwälzungen in den mechanischen Künsten hervorrufen wird“. Wie richtig! Nur hat *Carnot* den raschen

1) Man vergleiche die scherzhafte Ausführung von Jules Verne: „Cinq semaines en ballon“. — 2) Arago hält sie für verloren; sie wurde später unter den Papieren Meunier's aufgefunden. — 3) (7, 122).

Pulsschlag der politischen Entwicklung seiner Zeit auch auf die Wissenschaft übertragen.

Arbeiten über Kriegswissenschaft. Eben zu jener Zeit angestrenzter Thätigkeit, als *Carnot* mit dem Entwurf des Werkes über die Maschinen beschäftigt war, und in den Streit über die Möglichkeit der Herstellung lenkbarer Luftschiffe eingriff, erhielt er durch ein Preisausschreiben der Akademie von Dijon den Anstoss zu der Erstlingsarbeit in seiner Fachwissenschaft. Die genannte gelehrte Gesellschaft hatte eine Lobrede auf Vauban verlangt, obwohl dieser Liebling des französischen Heeres schon von Fontenelle als Krieger gefeiert worden war. *Carnot* entschloss sich, in die Preisbewerbung einzutreten. Einer der Konkurrenten, sein Landsmann Hugo Maret, der nachmalige Herzog von Bassano, war ein Sohn des Akademiesekretärs; dennoch erhielt *Carnot* den Preis in der ehrendsten Weise zuerkannt. Am 2. August 1784 durfte die Lobrede in einer feierlichen Sitzung verlesen werden, und zwar in Gegenwart des Statthalters von Burgund, des Prinzen Condé. Unter den Zuhörern befand sich Prinz Heinrich von Preussen, der Bruder Friedrichs des Grossen. — Die Ausführungen *Carnot's* machten tiefen Eindruck; er erntete die schmeichelhaftesten Glückwünsche, nicht nur von Condé, sondern auch von Buffon ¹⁾ mit den Worten: „Der Stil der Lobrede ist edel und fliegend; ich bin überzeugt, dass sie den Mut unserer jungen Offiziere entflammen wird“. Prinz Heinrich schrieb ihm am 10. September 1784, er werde die Rede mit ebensoviel Vergnügen wieder lesen, als er sie in der Akademie gehört habe, nennt sich seinen „wohlaffektionierten Freund“ und macht ihm direkt die verlockendsten Anerbietungen für den Fall seines Uebertritts in preussische Dienste ²⁾. Diese Ehrung, namentlich durch die Vertreter

1) (6, 201). — 2) (7, 101).

fürstlicher Häuser, wiegt um so schwerer, als *Carnot* in der „Lobrede“, welche den ersten öffentlichen Beweis für seine hervorragende litterarische, politische und militärische Befähigung lieferte, ungescheut schon dieselben Grundsätze aussprach, die ihn später bei seinem Eintreten für die Sache des Vaterlandes niemals verlassen haben.

Die „Lobrede“ behandelt im ersten kürzeren Teil die militärischen Verdienste Vauban's und betont hier, dass die Kriegskunst nicht den einzigen Zweck hat, einen Feind zu besiegen, sondern den, die bedrohte Civilisation zu beschützen¹⁾. Der zweite Teil enthält die Würdigung Vauban's als eines menschenfreundlichen Staatsmannes, der sich nicht fürchtet, durch ein dem Volke zu Lieb gesprochenes wahres Wort den Zorn seines Königs auf sich zu laden. Diese Gelegenheit wird von *Carnot* benützt, mit der ganzen Wärme eigener innerster Ueberzeugung die Bürger- und Regententpflichten zu schildern. „Schon beim Namen Vauban erwacht die Vaterlandsliebe; die Seele erhebt sich zu edlen Gedanken; das empfindsame Herz fühlt zugleich den lebhaften Antrieb zum Heldenmut und die sanfte Gemütsstimmung, welche zur Menschlichkeit zurückführt“. „Was muss die Absicht der Regierung sein, wenn nicht die, alle Individuen des Staats zur Arbeit zu verpflichten? Und wie anders soll man sie dazu veranlassen als dadurch, dass man die Reichtümer aus den Händen, wo sie im Ueberfluss liegen, in die darbenden überführt, indem man dem einen die Mittel zur Arbeit liefert, dem andern die Mittel entzieht, müssig zu bleiben? Aber wenn die Steuern einen entgegengesetzten Erfolg haben, wenn sie den, der zu wenig hat, berauben, um dem zu geben, der zu viel hat, wenn der Reichtum ein Anspruch auf Ausnahme ist, wenn man dem armen Bauern das von Schweiss getränkte Brot, welches er mit seinen Kindern teilen sollte, nimmt, was kann man

1) (7, 106).

von einem solch verabscheuungswürdigen System anderes erwarten, als dass es die Felder entvölkert, Eifersucht und Hass unter den Bürgern sät, aus ihren Herzen Vertrauen und Fröhlichkeit verbannt und gleichgiltig macht gegen das Schicksal des Vaterlandes, indem es die Bande zerreisst, welche an dasselbe knüpfen? So dachte der Marschall Vauban“! *Carnot* hält die Verteilung der Abgaben in Frankreich für grausam, die Art ihrer Erhebung für noch grausamer; er wendet sich mit Schärfe gegen die den Hass herausfordernde Anhäufung von Vorrechten bei Ständen, „welche beginnen erst mit ihrem Tode nützlich zu werden; denn sie beleben die Erde nur, wenn sie in dieselbe zurückkehren“ ¹⁾. So benützt *Carnot* die Lobrede auf den „menschenfreundlichsten Mann seines Jahrhunderts“ ²⁾, um ohne die geringste Ahnung von der zerstörenden Wut des sich über sein Vaterland zusammenziehenden Verderbens zu warnen und zur Umkehr zu mahnen, soweit es in seiner Macht steht.

In der gleichen Lobrede war *Carnot* natürlicherweise auch auf Befestigungssysteme zu sprechen gekommen; allein die weiteren Ausführungen über diesen Zweig der Kriegswissenschaft legte er erst in einem Buch nieder, das auf Napoleons Anregung 1810 erschien. Dieses Werk: „*De la défense des places fortes*“, betont in der Vorrede, dass die Staaten nur durch das Gleichgewicht ihrer militärischen Kräfte von einander unabhängig werden, dass deshalb die geringere Zahl an Soldaten durch Ausnützung natürlicher und Schaffung künstlicher Hindernisse kompensiert werden müsse. Die Erfahrung hat bewiesen, dass ein zweckmässig über die Grenzen verteilter Kranz von Festungen das sicherste Mittel ist, gefährlichen Krisen vorzubeugen; die festen Plätze sind die „heiligen Anker, welche das Vaterland retten,“ und unter diesem Gesichtspunkt erscheinen sie, obwohl

1) (3, 423). — 2) (20, 14).

Werkzeuge des Kriegs, in den Augen der Menschlichkeit gerechtfertigt.

Während früher die Festungen sich nicht selten jahrelang gegenüber feindlichem Angriff halten konnten, war es infolge der neuen Angriffsweise Vauban's möglich, jede, auch die stärkste Festung, binnen weniger als zwei Monaten zu überwältigen. Die vielen neuen Festungen, welche seine Hand errichtet hatte, und zwar ehe seine unwiderstehlichen Laufgräben auftauchten, waren nun dieser Angriffsweise so wenig wie die älteren Werke gewachsen. Die Kunst des übermächtigen Angriffs war geschaffen, und dadurch das Gleichgewicht zu gunsten des Vordringenden gestört. Was nunmehr einer gründlichen Reform bedurfte, war die Kunst der V e r t e i d i g u n g; sie auf die gleiche Höhe zu heben, vermochte Vauban nicht; deshalb setzte *Carnot* gerade an diesem Punkte ein.

Es giebt zwei Wege, welche dem Verteidiger die Mittel liefern, den Angreifer mit Verderben zu überschütten; der eine besteht in der Benützung des Kurven- oder Vertikalfeuers, der andere in der Anlage einer grossen Zahl leichterer Vorwerke mit gedeckter Rückzugslinie.

Der e r s t e Teil des Werkes setzt auseinander, warum jeder mit der Verteidigung einer Festung betraute Soldat den Entschluss haben muss, eher zu sterben als sich zu ergeben; — der z w e i t e Teil handelt von den Mitteln, welche die Kunst zur Verteidigung eines Platzes liefert. Jener ist mehr unterhaltender Natur, enthält lange Ausführungen über Helden der alten und neuen Geschichte, sowie die mehr oder weniger eingehende Schilderung einer ganzen Reihe berühmter Belagerungen, darunter die von Tyrus 332 v. Chr., Carthago 146 v. Chr., Jerusalem 72 n. Chr., Paris 885, Calais 1346, Belgrad 1439 und 1455, Metz 1552, Antwerpen 1584, Barcelona 1713, Genua 1800.

Die Ausführungen des zweiten Teils, der eigentlichen Technik der Verteidigung gewidmet, sind reich an Worten aus Vauban's Schriften. An einer Stelle wird als Kuriosum ¹⁾ bemerkt, dass eine aus Ingenieurkreisen stammende Denkschrift der Regierung die „bizarre Idee“ zur Durchführung vorgeschlagen habe, in Anbetracht der grossen Menschenverluste bei Belagerungen durch internationales Abkommen das Bogenfeuer aus der Kriegführung zu entfernen. — Bei dem Kapitel des Sicherheitsdienstes in Festungen ²⁾ macht *Carnot* den Vorschlag, zur nächtlichen Bewachung des Vorlandes der Festung besonders abgerichtete Hunde zu benutzen, da „man diesem wachsamen und treuen Gefährten des Menschen wohl dieselbe Ehre anthun darf wie den Gänsen des Kapitols“. — Das „allgemeine Schlusswort“ mahnt wiederholt, nicht zu vergessen, dass bei der Verteidigung fester Plätze die Tapferkeit allein nicht genügt, dass sie aber im Verein mit der Kunst der Technik alles vermag.

Die erste Auflage dieses Werks, dessen Inhalt Napoleon, erbittert über die schlechte Haltung einiger Festungen, im Jahr 1809 selbst skizziert und zur Ausführung an *Carnot* überwiesen hatte, fand merkwürdigerweise nicht den Beifall des Kaisers. Nicht als ob *Carnot* Napoleons Absichten unberücksichtigt gelassen hätte ³⁾; allein offenbar hatte es beim Kaiser Missfallen erregt, dass *Carnot* diese Schrift nicht nur dem Fachmann bestimmte, sondern für die ihm vorgelegte Frage jeden Vaterlandsfreund zu erwärmen suchte. In der kaiserlichen Presse wurde die „Défense“ gar nicht erwähnt; nur mit Mühe erhielt der Verfasser die Druckkosten ersetzt. Das dem Kaiser von *Carnot* zugedachte Widmungsexemplar wurde nicht angenommen und die ganze Auflage im Generaldepot der Fortifikationen begraben. Nicht einmal die Kriegsschule in Metz, für welche Napoleon

1) (20, 331). — 2) (20, 378). — 3) (20, 60).

das Werk eigentlich bestimmt hatte, erhielt einen Band davon. Trotzdem verbreitete sich der Ruhm dieses Werkes mit Windeseile. Der rasch aufgebrauchten zweiten Auflage folgte die dem vorliegenden Bericht zu Grunde gelegte, wesentlich erweiterte dritte schon 1812. Das Werk wurde wiederholt ins Deutsche übersetzt, und in Russland, England und Deutschland (hier unter Scharnhorsts Leitung) stellte man wiederholt grössere Versuche an, um *Carnot's* Vorschläge zu prüfen. — Als Ergänzung der „Défense“ erschien die im Laufe des Jahres 1822 entworfene Schrift: „Mémoire sur la fortification primitive“ (Paris 1823).

Carnot als Dichter. Nicht nur in der launig-heiteren Gesellschaft der Rosati zu Arras, sondern in allen Lagen seines wechsellvollen Lebens hat *Carnot* in sogenannten müssigen Augenblicken Betrachtungen über die verschiedensten Umstände des Völker- und Menschenlebens in gebundener Form niedergelegt. Die meisten Erzeugnisse dieser Art, manchmal als beliebte Volkslieder in Musik gesetzt und viel gesungen, blieben lange zerstreut, bis endlich von befreundeter Hand eine Gesamtausgabe der vor 1820 bekannt gewordenen Gedichte *Carnot's* in Paris unter dem Titel: „Opuscules poétiques du Général L. N. M. Carnot“ veranstaltet wurde. In diese Sammlung nahm man Gedrucktes und Ungedrucktes auf und bildete drei Gruppen daraus, deren erste die philosophischen Gedichte, Stenzen, Oden, Sonnette, heilige Gesänge, die zweite den gekürzten Don Quichotte, daneben Fabeln und Balladen, die dritte Gedichte im Ton der Volkslieder enthält. Mit erfreulicher Objektivität widmet *Carnot* seine Muse namentlich der Uebertragung aus fremden Sprachen, aus dem Spanischen (Don Quichotte von Cervantes), Lateinischen (zahlreiche Oden des Horaz), Italienischen (Dante), Deutschen (Schiller, Göthe, Gellert, Gleim), Polnischen und Englischen. Ueberall

spricht der Ausdruck wahrer, tiefer Herzensempfindung in Scherz und Ernst, in Satiren und tendenziösen Ergüssen. Ausser dem schon Gegebenen einige weitere Beweise davon:

B r u n e t t e.

Jeanne est ma folie; vous savez pourquoi:

C'est qu'elle est jolie, c'est que j'ai sa foi.

C h a n s o n b a c h i q u e.

Mes amis, le vrai sage

Est celui qui boit bien;

La joie est son partage,

Il ne désire rien.

Dans la machine ronde

Seul il voit tout en beau;

Il n'a dans ce bas monde

D'autre ennemi, que l'eau.

L e s i è c l e d' o r.

Messieurs, avec grand tort

En ce siècle on fulmine,

On peste, on se chagrine;

C'est le vrai siècle d'or.

Quoi qu'on en dise;

Oui, je le soutien,

Car, c'est l'or seul qu'on prise,

Et sans l'or, on n'a rien.

L e s p e c t a c l e d e l a N a t u r e.

Le spectacle des cieux m'élève et me console:

Il affranchit mon coeur de ces prestiges vains

Dont le fracas du monde éblouit les humains

Et dégage mes sens d'une pompe frivole.

P s a u m e.

O dieu puissant! que j'entende ta voix:

Inspire-moi ta salutaire crainte:

Touche mon âme et dicte-lui des lois;

Ta voie est droite et ta volonté sainte.

III. Carnot's wissenschaftliche Bedeutung.

Carnot war Politiker; und wenn er es sein musste, gieng sein ganzes Denken und Fühlen in dem „Bürger Carnot“ auf. Allein die Beschäftigung mit den Wissenschaften und den schönen Künsten bildete das Glück und die Freude aller Musestunden. Zwar waren es nicht jene weitumfassenden, ein

jahrelanges ununterbrochenes Studium erfordernden Probleme, mit deren Lösung sich *Carnot* beschäftigte; seine Arbeit galt meist Fragen beschränkteren Umfangs, welche man wiederholt verlassen und wieder aufnehmen kann, wie es eben die Umstände verlangen oder erlauben. Immerhin haben alle von *Carnot* eingehender behandelten wissenschaftlichen Materien metaphysischen Charakter und beanspruchen schon deshalb ein tieferes Interesse.

Mit Eifer benützt *Carnot* jede Gelegenheit, sich die Pfade der Wissenschaft zu ebnen. Er erkennt die hohe Bedeutung der geometrischen Methode der Alten, aber er schätzt auch die Vorzüge der neueren Untersuchungsarten in vollem Mass. Die Werke von Robert Simson und Mathews Stuart ¹⁾, zufällig in seine Hände gelangt, geben seiner Vorliebe für geometrische Forschung willkommene Nahrung. Er bewundert Newton, Leibniz, Laplace, vor allem Lagrange, lernt von Monge die Erzeugung der Flächen ²⁾ und den schönen Beweis über die Existenz eines Potenzentrums dreier Kreise, sowie noch manches andere, begegnet Lagrange in seinen Arbeiten über die Differenzialrechnung ³⁾ und tritt in Verkehr mit Bossut über trigonometrische Dinge. *Carnot* ist Schüler von Monge, Lehrer von Dupin. Allein während Monge immer der Mann der Wissenschaft bleibt, während Dupin aus der Laufbahn des Gelehrten endgiltig in die des organisatorisch wirkenden Verwaltungsbeamten und Experten in Fragen des Fortbildungsschulwesens übertritt, ist *Carnot*, so oft es das Vaterland verlangt, Politiker, aber er ist es selten ausschliesslich; sobald die Umstände, die Pflichten gegen die Oeffentlichkeit und das Staatsganze es erlauben, flüchtet er sich in die Gelehrtenengesellschaft oder in die Gelehrtenstube. Dass es ihm da und dort gelang, nicht un-

1) 9, 483). — 2) (9, Nr. 298). — 3) Letzterer schrieb später an *Carnot*: „Wenn ich Ihr Werk gekannt hätte, so wäre das meinige nicht unternommen worden“ (7, I, 14).

wesentlich über seine Lehrer, sogar über Lagrange hinauszukommen, um die für den Ausbau der Neuerungen bürgende Vorarbeit zu liefern, das hat er seiner kraftvollen und ideenreichen Selbständigkeit zu danken. Wohlüberlegt gieng *Carnot* seine Wege, bei der Abfassung von gelehrten Arbeiten in erster Linie nicht den Entwurf eines Lehrbuchs, sondern die Erforschung der Fundamentalprinzipien beabsichtigend, und stets eingedenk der Mahnung Eulers ¹⁾: „Es ist immer ausserordentlich schwierig, über die grundlegenden Sätze unserer Kenntnisse Ueberlegungen anzustellen; es wird uns leichter, uns unserer Fähigkeiten zu bedienen als die Natur derselben zu vertiefen“.

Da und dort finden sich bei *Carnot* ermüdend wirkende Längen. Immer aber empfindet man die Absicht, einige der Meinung des Autors nach von der Leserwelt noch nicht genügend erfasste Hauptpunkte in wiederholter und stets variielter Beleuchtung zum dauerhaft fixierten und plastisch sich abhebenden Bilde umgestaltet zu sehen, in welchem nichts Zauberhaftes mehr, keine „Magie der Zeichen“ den Geist verwirren kann. — Und nicht bloss der Mathematik, auch den verwandten Wissenschaften gilt sein begeistert intellektuelles Empfinden ²⁾:

*„Admirateur de la nature, Franklin dirige le tonnerre,
Tu prêtes l'oreille à sa voix: Lavoisier décompose l'eau:
Tu pénètres dans sa structure, La terre n'est plus immobile,
Tu découvres enfin ses lois: Et le miracle est inutile
Newton dissèque la lumière, Pour expliquer un fait nouveau“.*

Carnot interessierte sich schon frühzeitig für das Lehren der Wissenschaft; er war in dieser Hinsicht geistesverwandt mit D'Alembert, Bossut, Monge, Lalande, welche sich alle durch das Bestreben auszeichneten, würdige Jünglinge für den schweren Dienst im Reich des Wissens zu gewinnen. *Carnot-Feulins* wurde durch seinen älteren Bruder auf die

1) (19, XIII). — 2) (22, 65).

Militärschule vorbereitet; Dupin und Cagnard de la Tour verdankten dem gelehrten Mitglied des Direktoriums ihre Einführung in die wissenschaftliche Laufbahn. Für alles Lehren und Lernen in der Mathematik und Dialektik verlangt *Carnot* als Fundamentalprinzip ¹⁾, einen neu zu betrachtenden Gegenstand auf ein bekanntes Objekt als Vergleichungsglied zu beziehen, um so kompliziertere Fragen an die schon bekannte Lösung einfacherer zu ketten. Der Betonung dieses Grundsatzes in den Vorschriften über die Lehrthätigkeit verdankt die polytechnische Schule, unter deren Mitbegründer *Carnot* zu zählen ist, ein gut Teil ihrer Berühmtheit.

Da *Carnot's* Thätigkeit in die Zeit fällt, welche von der Synthese zur Analyse als der fast alleinherrschenden Moderichtung übergegangen war, konnte er als Freund gerechter Verteilung von Licht und Schatten nicht gleichgiltig der Frage nach dem jeder dieser Methoden eigentümlichen Werte ausweichen. Er äussert denn auch wiederholt seine Ansicht, die ihn, obwohl Bewunderer der Synthetik Newtons, der andern Strömung geneigt macht. Nur kann ihm die gewöhnliche Charakterisierung des Unterschieds beider Methoden nicht genügen ²⁾. Dass die Synthese vom Bekannten zum Unbekannten, die Analyse vom Unbekannten zum Bekannten den Weg verfolgt, ist unrichtig; beide gehen von Grössen mit bekannten Eigenschaften aus (die Unbekannte der Analyse hat wenigstens bekannte Eigenschaften) und schreiten vom Bekannten zum Unbekannten (die Analyse in retrograder Ordnung, was aber unwesentlich ist). In beiden Fällen werden dieselben Schlüsse benützt, auch häufig dieselben Zeichen angewendet. Allein während diese Zeichen für die Synthese nur blosse Abkürzungen bedeuten, weil hier von wirklichen Objekten zu andern derselben Natur übergegangen wird, lässt man in der Analysis Dinge zu, welche nicht existieren (isolierte

1) (8, Nr. 45). — 2) (9, 11 ff.).

negative und imaginäre Grössen) und nur im Uebergangszustand der Rechnung durch algebraische Transformationen eingeführt werden, aber auf demselben Weg wieder zu eliminieren sind, so dass das Resultat nichts Unverständliches (keine isolierte negative oder imaginäre Grösse) mehr enthält, wenn man an dem Punkt angelangt ist, zu welchem die Synthese auch führen wird, d. h. bei der effektiven Lösung des Problems. Der Vorteil der neuen analytischen Methode besteht also wesentlich darin, dass man auf direkterem und müheloserem Wege das erreichen kann, was unter Umständen der Synthese erst nach Ueberwindung besonderer Schwierigkeiten gelingt; dazu ist es ihre Aufgabe, die auf dem andern Wege gefundenen Resultate zu verallgemeinern ¹⁾. Uebrigens ist es nötig, in jedem einzelnen Fall den Geist der Methode der Eigenart des Problems anzupassen ²⁾, um nicht etwas auf künstlichem Wege zu suchen, das im andern Fall zur Klarlegung nur die Anwendung der einfachsten Prinzipien erfordert.

Nicht nur die Methode, auch die Art der abkürzenden Bezeichnung hat für die exakten Wissenschaften ihre prinzipielle Bedeutung. Sie schafft gleichsam ein künstliches Gedächtnis ³⁾, welches von einer gewissen Stufe an der Einbildungskraft weiteren Spielraum schafft und zeitraubende oder schwierige figürliche Darstellungen entbehrlich macht. So ist es vorteilhaft, neben den nur Grössenbeziehungen ausdrückenden, rein algebraischen Formeln sogenannte technische Formeln ⁴⁾ einzuführen, d. h. symbolische Ausdrücke über die Beziehung der gegenseitigen Lage mehrerer Quantitäten. Durch technische Formeln reduziert sich oft die Operation auf eine einfache Aenderung in der Ordnung der Buchstaben. Ein und derselbe Satz kann durch sie unter Umständen auf verschiedene Arten ausgedrückt werden,

1) Vergl. Steiners Werke I, S. 234. — 2) (9, Nr. 308). — 3) (9, 11). — 4) (9, 485).

so dass diesen technischen Formeln wie den algebraischen eine gewisse Transformationsfähigkeit zukommt ¹⁾. — *Carnot* fügt noch hinzu ²⁾: „Man kann darnach beurteilen, welches die Natur der Regeln dieser neuen Art eines analytischen Mechanismus wäre, und wie man ihn auf andere Zweige der Mathematik ausdehnen könnte“.

Für wichtig hält *Carnot* eine sorgfältige Pflege der Elementargeometrie, die ja nur mit Bezug auf ihren Gegenstand, nicht aber in Hinsicht auf die Natur mancher ihrer Probleme und deren Schwierigkeit elementar genannt werden darf. Sie hat einem Archimedes, Apollonius, Hyparch zu fruchtbaren Arbeiten verholfen, war in den Händen von Neper, Viète, Galilei, Fermat, Huygens, Pascal ³⁾ ein mächtiges Werkzeug, und wurde von Newton, Halley, Mac-laurin mit Vorliebe gepflegt, so dass wohl an dem Wert ihrer Vorzüge nicht gezweifelt werden kann. Nur ist eine Erweiterung der Elementargeometrie durch die Hauptsätze und neu gewonnenen Ergebnisse aus der Lehre von den Polygonen und Polyedern, aber auch aus Monge's descriptiver Geometrie, sowie die Beachtung gewisser Leitsätze notwendig. So ist zu bemerken, dass die für positive Grössen aufgestellten Regeln nicht ohne weiteres auf negative Grössen ausgedehnt werden können; dass man nicht den Quotienten einer Fläche und einer Strecke, sondern nur den ihrer Korrelationswerte bilden kann ⁴⁾, d. i. den Quotienten der Verhältnisse, welche diese Grössen mit ihren bezüglichen Einheiten bilden ⁵⁾. Der Schüler soll bei den ersten Begriffen und Definitionen, deren exakte Aufstellung

1) Die Thatsache, dass 4 Gerade a, b, c, d sich in einem Punkt schneiden, liefert die „Aequipollenzen“ $\overline{a \cdot b} = \overline{c \cdot d}$ und $\overline{a \cdot c} = \overline{b \cdot d}$, von denen die eine durch Buchstabenvertauschung aus der andern abgeleitet werden kann (9, 489). — Ob Bellavitis den Namen für seine geometrische Methode von *Carnot* entlehnt hat? — 2) (9, 489). — 3) (9, XXIX); hier allein steht Pascal's Name. — 4) (8, 141). — 5) (9, 61).

ja immer sehr schwierig ist, nicht zu lange aufgehalten werden, dagegen die fundamentalen Wahrheiten unter verschiedenen Gesichtspunkten betrachten lernen, um nach und nach in das zu erringende Gebiet tiefer einzudringen.

Carnot's liebste Erholung war die Geometrie. Von diesem Zweig der mathematischen Wissenschaften handelt daher auch sein Hauptwerk, die „*Géométrie de position*“, welche, in ihrer Art von ähnlicher Bedeutung wie Monge's descriptive Geometrie, den Beginn einer neuen Art geometrischen Schaffens ahnen liess. Der Astronom Schumacher würdigt das Buch mit den Worten ¹⁾: „Ein Werk, das neue richtige Ansichten mit einer allgemeinen Erfindungsmethode (der Darstellung durch Tafeln) verbindet, kurz: ein Werk *Carnot's* dürfte wohl nicht länger mehreren entzogen werden, die der hohe Preis des Originals oder die Sprache davon abhielt“. Schumacher widmet seine Uebersetzung „dem König von Dänemark, als ein schwaches Zeichen ewiger Dankbarkeit“, und interessiert für dieselbe seinen Freund Gauss, der zur Uebersetzung 5 Zusätze liefert.

Die „*Positionsgeometrie*“ stellt die Eigenschaften und Beziehungen zwischen Figuren und ihren Theilen in Tabellen zusammen, um aus ihnen als dem analytischen Abbild der geometrischen Gestalten ein vollständiges System von Relationen abzuleiten, oder doch wenigstens den sichern Weg hiefür anzugeben. Dabei spielt die Rechnung nicht als Schmuck, sondern als Werkzeug des Genies ²⁾ eine Hauptrolle. Es handelt sich also hier in der That um eine analytische Geometrie, aber um eine solche, bei welcher der vermitteltst stetiger Aenderung erzeugte Uebergang einer Figur in eine correlative durch gewisse Zeichenänderungen in den für das primitive System aufgestellten Formeln zur Erscheinung kommt. Das hiebei von *Carnot* angewendete Prinzip des Fortbestehens gewisser Eigenschaften

1) (24, I, V). — 2) (18, II, 152).

bei stetiger Aenderung einer Figur hat später von Poncelet den Namen „Kontinuitätsprinzip“ erhalten. Ausdrücklich wird hervorgehoben, dass ähnliche Figuren nur eine besondere Abart der korrelativen Systeme bilden, und dass es sich in der Positionsgeometrie nicht darum handelt, die Elementargeometrie um eine Anzahl einzelner Aufgaben zu vermehren, sondern um die Lösung der allgemeinen Aufgabe: alle Eigenschaften eines aus Punkten und Geraden bestehenden ebenen oder räumlichen Systems analytisch darzustellen und die Aenderungen zu untersuchen, welche die stetige Deformierung des Systems in diesen analytischen Ausdrücken zur Folge hat.

An vielen Orten äussert sich *Carnot* in einer Weise, welche Steiner ¹⁾ dreissig Jahre später ganz im Sinne seines Vorgängers, aber lichtvoller und von umfassenderen Vorstellungen ausgehend, folgendermassen charakterisiert hat: „Durch gehörige Aneignung der wenigen Grundbeziehungen macht man sich zum Herrn des ganzen Gegenstandes; es tritt Ordnung in das Chaos ein, und man sieht, wie alle Teile naturgemäss in einander greifen, in schönster Ordnung sich in Reihen stellen und verwandte zu wohlbegrenzten Gruppen sich vereinigen. Hierbei macht weder die synthetische noch die analytische Methode den Kern der Sache aus, der darin besteht, dass die Abhängigkeit der Gestalten von einander und die Art und Weise aufgedeckt wird, wie ihre Eigenschaften von den einfacheren Figuren zu den zusammengesetzteren sich fortpflanzen. Dieser Zusammenhang und Uebergang ist die eigentliche Quelle aller übrigen vereinzelter Aussagen der Geometrie“.

Was *Carnot* sich in seinen korrelativen Figuren schafft, ist gewissermassen eine Möbius'sche Kollineation; nur verbindet er die Figuren nicht durch Projektion, sondern durch den Vorgang der stetigen Aenderung, was freilich keinen wesentlichen Unterschied bedeutet. *Carnot* sagt auch

1) Steiners Werke I, S. 233.

nicht, wodurch die Korrelation zweier Figuren, d. h. eine Kollineation bestimmt ist, obwohl das vollständige Viereck in fast allen Abschnitten der Geometrie eine Hauptrolle spielt. Aber es wird hervorgehoben, dass die Elemente sich Punkt für Punkt, Gerade für Gerade, Ebene für Ebene, d. h. also **eindeutig** entsprechen¹⁾. Man hat somit hier ein klar ausgesprochenes Beispiel einer **ein-ein-deutigen Verwandtschaft** vor sich.

Für die korrelativen Systeme stellt *Carnot* nicht nur die Fundamentaltabellen auf, sondern er legt sich im Anschluss daran die Frage vor, welche dieser Relationen auf die zwei korrelativen Systeme **zugleich** anwendbar sind, und welche allgemeinen Formeln auch diejenigen Beziehungen enthalten, die für jedes besondere System gelten²⁾: er sucht **Invarianten** eines geometrischen Systems aufzustellen, findet und erkennt sie, insbesondere bei der Betrachtung des vollständigen Vierecks und der Transversalen von Figuren. Letztere geben ihm zu der Bemerkung Gelegenheit, dass die Kunst, die Eigenschaften der Kurven zu entdecken, im Grunde nur die Kunst sei, zweckmässige Koordinatentransformationen auszuführen³⁾. Zu diesem Zwecke müssen aus der Kurvengleichung womöglich alle willkürlichen Grössen entfernt werden, und die Kurve ist auf Objekte zu beziehen, welche dem innern Wesen der krummen Linie möglichst nahe verwandt sind; dadurch gelangt man zu einer allgemeinen Form der Kurvengleichung. — Hier zeigt sich schon die Richtung jenes Wegs angedeutet, der zur symbolischen Darstellung der Gleichung einer Kurve geführt hat.

Man denke endlich daran: *Carnot* hat durch die eingehende Untersuchung der Relation eines vierten Punkts der Ebene zu drei andern, und eines fünften Punkts zu vier gegebenen Punkten des Raums eine Vorarbeit zur Einführung der Dreiecks- und Tetraederkoordinaten geliefert;

1) (9, 78). — 2) (8, Nr. 66). — 3) (9, XXIX); (9, Nr. 363).

er hat aus der Mechanik den Schwerpunkt und die geometrischen Bewegungen für die Geometrie wirksam in Anspruch genommen; er hat den interessanten Versuch gemacht, eine neue Technik der Bezeichnung für die Geometrie zu gewinnen; er hat die absurden (negativen und imaginären) Grössen zugelassen, weil man zeigen kann ¹⁾, „wie sie andere, wirkliche Quantitäten vertreten, und wie die ihnen anhaftenden Zeichen Relationen und Lagen der nur angezeigten Grössen erkennen lassen“; er war nahe daran, Möbius mit der Annahme $AB + BC = AC$ zuvorzukommen ²⁾; er hat die Transversalentheorie, diese Koordinatentransformation besonderer Natur, auf einem Fundamentalprinzip, dem Satz des Menelaus, aufgebaut, um aus ihr unter Benützung des Sinussatzes, der stetigen Aenderung und der von Monge und Brianchon entlehnten Parallel- und Zentralprojektion ein zur Aufnahme in die Elemente geeignetes neues Teilgebiet zu schaffen; er hat die Theorie des vollständigen Vierseits gegeben und den Begriff des vollständigen n -Seits angedeutet; er hat die Sätze über harmonische Punkte, Strahlen und Ebenenbüschel, über die Konstruktionen und die Eigenschaften von Pol und Polare am Kreis, die Theoreme von Desargues, Pascal und Brianchon in sein Werk aufgenommen und dadurch dem Prinzip der Dualität den Boden bereitet; — man wird zugeben: *Carnot* war seiner innersten Anlage nach Geometer und in seinem Erfolg ein bedeutsamer Vorläufer derjenigen Männer, welchen die projektive Geometrie ihren Ausbau verdankt.

Dazu kommen noch andere Verdienste um die Mathematik. Veranlasst durch geometrische Betrachtungen hat *Carnot* metaphysische Untersuchungen über die Natur der isolierten negativen Grössen, sowie über die Grundbegriffe der Differenzialrechnung unternommen; und wenn diesen Arbeiten auch keine fundamentale Bedeutung zukommt, so

1) (9, 16). — 2) (8, 72).

ist es doch immerhin ein Verdienst für *Carnot*, falsche und vage Definitionen entfernt, richtige Anschauungen gestützt zu haben.

Bedeutender wieder sind *Carnot's* Arbeiten über die Mechanik. Aus der Erfahrung schöpfend, stellt er die Grundprinzipien auf; er gelangt von seinen vielen interessanten Sätzen über den Stoss namentlich zu dem Theorem, dass eine Maschine nur dann am vorteilhaftesten benützt werden kann, wenn alle plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen vermieden bleiben. Die Ableitung der Sätze ist streng, sie benützt in einem Fall sogar die Variationsrechnung. Häufig und mit grossem Erfolg greifen geometrische Betrachtungen zur Vereinfachung der Entwicklungen Platz.

Verschiedene wichtige Entdeckungen jener Zeit werden von *Carnot* richtiger und scharfsichtiger gewertet als dies von anderen geschah. Er schrieb z. B. an Fulton ¹⁾: „Wenn ich noch die Ehre hätte Kriegsminister zu sein, so würde ich keinen Augenblick zögern, Ihnen die Mittel zum Versuch zu geben, dessen völliges Gelingen unzweifelhaft ist und dessen ungeheure Resultate für die Zukunft ich voraussehe.“ Er ermutigte Jacquart, unterstützte Joseph Niepce und Mongolfier, bewunderte Lavoisier. Daneben erringt sich *Carnot* in den Militärwissenschaften durch eine als wesentlich neu zu betrachtende Weiterführung Vauban'scher Arbeiten über den Festungskampf die Anerkennung des ganzen kriegführenden Europas, wesentlich dadurch, dass er zeigt, wie eine zweckmässig angelegte Kette von Befestigungen nur durch Tapferkeit und wissenschaftlich-technische Kunstfertigkeit im Verein mit der alles Erhaltbare schonenden Menschlichkeit zur verlässlichen Schutzmauer des Vaterlandes werden kann.

Für die schönen Künste besass *Carnot* nicht allein Vor-

1) (7, II, 251).

liebe, sondern auch Befähigung. Seine treuesten Freunde ¹⁾, der Republikaner Prieur de la Côte d'Or und der Royalist Louis de Lespinasse, waren begabte Musiker, der eine Chemiker und Komponist, der andere Litterat und trefflicher Cellist. In diesem Bund als dritter stand der Dichter *Carnot*, bald dem Volke seine leichten Weisen ablauschend, bald fremde Schätze der eigenen Sprache gewinnend, aber stets nur für Edles sich begeisternd. Es bestätigen auch diese dichterischen Erzeugnisse *Carnot's*, dass er nicht nur Organisator des Siegs, sondern, wo es ihm irgend möglich war, unermüdlicher Organisator der freien Entwicklung schaffender Geisteskraft war. So hat *Carnot* gewirkt in einer Zeit, über die er mit gerechter Befriedigung am Ende seines Lebens in die Worte ausbricht ²⁾: „Ich habe in einem Jahrhundert der Aufklärung gelebt: ich habe das Morgenrot der menschlichen Vernunft aufgehen sehen; ich habe gesehen, wie die ewige Wahrheit über alle Vorurteile triumphtierte. Mögen andere mir folgen, und möge es ihnen gegeben sein, ihr Dasein ohne mehr Bedauern und mit demselben Seelenfrieden zu beendigen, wie ich“!

1) (7, II, 254). — 2) (7, II, 623).

Aufzählung von Carnot's Schriften ¹⁾.

1. Essai sur les machines en général par un officier du génie. Dijon 1783.

2. Eloge de M. le maréchal de Vauban, enrichi de notes relatives à sa vie. Dijon 1784.

3. Observations sur la lettre de M. Choderlos de Laclos à MM. de l'Académie française concernant l'Eloge de Vauban par M. Carnot. Arras 1786.

4. Mémoire présenté au conseil de la guerre au sujet des places fortes qui doivent être démolies, ou examen de cette question: Est-il avantageux au Roi de France, qu'il n'ait des places fortes sur les frontières de ses Etats? Paris 1789.

5. Réclamation adressée à l'assemblée nationale contre le régime oppresif sous lequel est gouverné le corps royal du génie, en ce qu'il s'oppose aux progrès de l'art et au bien qu'il serait possible de faire. Paris 1789.

6. Carnot l'aîné, député du Pas-de-Calais à ses Collègues. Paris, 5. 1. 1792.

7. Rapport fait à la Convention nationale par ses commissaires Carnot, Garrau et Lamarque, envoyés par elle aux frontières des Pyrénées, présenté à la convention le 12. 1. 1793.

8. Déclaration des droits du citoyen (10. 3. 1793).

9. Compte rendu, en exécution du décret du 21 nivose an III par Carnot, représentant du peuple, de ses dépenses dans les diverses missions qu'il a remplies. Paris, 21 pluviose, an III.

10. Opinion de Carnot, représentant du peuple, sur l'accusation proposée contre Billaud-Varenne, Collot d'Herbois, Barère et Vadier, par la commission des vingt et un. Paris, germinal, an III.

11. Premier tableau des campagnes des Français depuis le 8 sept. 1793 jusqu'au 15 pluviôse, an III. Paris, an V.

12. Second tableau des campagnes des Français du 15 pluviôse an III, au 1^{er} ventôse an V. Paris, an V.

13. Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal. Paris 1797.

14. Oeuvres mathématiques de Carnot. Bâle 1797.

1) (5, 479). Dieser Artikel der „Encyclopédie“ trägt die Unterschrift: „Etienne Charavay“.

15. Réponse de L.-N.-M. Carnot, citoyen français, l'un des fondateurs de la République et membre constitutionnel du Directoire exécutif, au rapport fait sur la conjuration du 18 fructidor au Conseil des Cinq-Cents par J. C. Bailleul. 8 floréal an VI.

16. Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant des vues nouvelles sur la Trigonométrie. Paris fructidor an VIII.

17. De la corrélation des figures de géométrie. Paris 1801.

18. Géométrie de position à l'usage de ceux, qui se destinent à mesurer les terrains. Paris 1803.

19. Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement. Paris 1803.

20. Discours prononcé par le citoyen Carnot sur la motion relative au gouvernement héréditaire (11 floréal an XII).

21. Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, suivi d'un Essai sur la théorie des transversales. Paris 1806.

22. De la défense des places fortes, ouvrage composé par ordre de Sa Majesté impériale et royale pour l'instruction des élèves du corps du génie. Paris 1810.

23. De la stabilité des corps flottants, rapport fait à la première classe de l'Institut sur un mémoire de M. Ch. Dupin. Paris 1814.

24. Mémoire adressé à S. M. Louis XVIII, roi de France. Paris 1814.

25. Exposé de la situation de l'Empire présenté à la chambre des Pairs par le ministre de l'intérieur. Paris 1815.

26. Exposé de la conduite de M. le lieutenant général Carnot depuis le 1^{er} juillet 1814. Paris 1815.

27. Opuscules poétiques. Paris 1820.

28. Don Quichotte, poème héroï-comique en six chants. Leipzig 1821.

29. Télémaque dans l'île de Calypso, poème par madame la comtesse de Belz. Paris-Berlin 1822.

30. Mémoire sur la Fortification primitive, pour servir de suite au Traité de la défense des places fortes. Paris 1823.

Fälschlicherweise hat man Carnot noch Folgendes zugeschrieben: a. Lettres de deux amants (Paris an IX); b. Second Mémoire de Carnot (Hambourg 1799); c. Correspondance de Napoléon Bonaparte avec le comte Carnot pendant les Cent-Jours (Paris 1819); d. Correspondance inédite de Carnot avec Napoléon pendant les Cent-Jours. (Paris 1819.)

Litteratur-Verzeichnis ¹⁾).

1. Marie, Maximilien. Histoire des Sciences mathématiques et physiques. Paris 1883—1887. t. 10.
2. Rosenberger, Geschichte der Physik. Braunschweig 1882—1890. Band 3.
3. Franz Aragos sämtliche Werke. Deutsch von Hankel. Leipzig 1854. Band 1.
4. Poggendorf, Biogr.-litt. Handwörterbuch. Bd. 1.
5. La grande Encyclopédie. Inventaire raisonné des sciences, des lettres et des arts, par une société de savants et de gens de lettres, sous la direction de Berthelot etc. t. 9.
6. Tissot, Mémoires historiques et militaires sur Carnot, rédigés d'après ses manuscrits, sa correspondance inédite et ses écrits. Paris 1824.
7. Mémoires sur Carnot par son fils. t. 1. 2. Paris 1861. 1863.
8. De la Corrélation des Figures de Géométrie. Par L. N. M. Carnot, membre de l'Institut National. Paris, an IX—1801.
9. Géométrie de Position par L. N. M. Carnot, De l'Institut National de France, de l'Académie des sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon, etc. Paris, an XI—1803.
10. Exploits des Français, depuis le 22 Fructidor an I. jusqu'au 15 Pluviose an III. de la République française. 8 Septembre 1793 — 3 Février 1795. Par le citoyen Carnot, membre du Directoire exécutif. A Bâle, chez J. Decker, Libraire, 1796. De l'imprimerie de Guillaume Haas fils.
11. Réponse de L. N. M. Carnot, citoyen français, l'un des fondateurs de la République et membre constitutionnel du Directoire exécutif: au rapport fait sur la conjuration du 18 Fructidor an 5, au conseil des cinq-cents, par J. M. Bailleul, au nom d'une commission spéciale. 18 Floréal an 6 de la République. 1798.
12. Mémoire adressé au Roi, en Juillet 1814 par M. Carnot, Lieutenant-général, Chevalier de l'Ordre royal et militaire de

1) Im Vorigen ist bezogen z. B. (7, II, 15) für: „Mémoires sur Carnot par son fils“, t. II, p. 15.

- St. Louis, Membre de la Légion d'Honneur, de l'Institut de France, etc. A Bruxelles, chez tous les Libraires. 1814.
13. **Essai sur les machines en général.** Par M. Carnot, Capitaine au corps royal du Génie, de l'Académie des Sciences; Arts et Belles-Lettres de Dijon, Correspondant du Musée de Paris. Nouvelle édition. Avec Approbation et Permission. A Dijon, de l'imprimerie de Defay, et se vend à Paris chez Nyon l'aîné, Libraire. 1786.
 14. **Oeuvres mathématiques du citoyen Carnot,** Membre du Directoire exécutif de la République française et de l'Institut National, ancien Capitaine au corps royal du Génie. A Bâle, chez J. Decker, Imprimeur, Libraire. 1797.
 15. **Thiers, Histoire de la Révolution française.** 4^e éd. Paris 1834.
 16. **Thiers, Histoire du Consulat et de l'Empire.** Paris 1860.
 17. **Körte, Das Leben L. N. M. Carnots,** aus den besten gedruckten, sowie aus handschriftlichen Nachrichten dargestellt. Mit einem Anhang, enthaltend die ungedruckten Poesien Carnots. Leipzig, F. A. Brockhaus. 1820.
 18. **Bossut, Histoire générale des Mathématiques** depuis leur origine jusqu'à l'année 1808. Paris 1810. t. 1. 2.
 19. **Carnot, Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement.** Paris. An XI—1803.
 20. **Carnot, De la défense des places fortes,** ouvrage composé par ordre de Sa Majesté impériale et royale, pour l'instruction des élèves du corps du génie. 3^e édition. Paris 1812.
 21. **Carnot, Exposé de la conduite politique** depuis le 1^{er} Juillet 1814. 3^e éd. Paris 1815.
 22. **Carnot, Opuscules poétiques.** Paris 1820.
 23. **Carnot, Mémoire sur la Rélation** qui existe entre les distances de cinq points quelconques pris dans l'espace; suivi d'un Essai sur la Théorie des Transversales. Paris, an 1806.
 24. **Geometrie der Stellung,** oder Ueber die Anwendung der Analysis auf Geometrie von L. N. M. Carnot, übersetzt von H. C. Schumacher, ausserordentlicher Professor der Astronomie zu Kopenhagen. Altona bei Hammerich 1810.
 25. **Busse, Friedrich Gottlieb, Vergleichung** zwischen Carnot's und meiner Ansicht der Algebra und unserer beiderseitig vorgeschlagenen Abhelfung ihrer Unrichtigkeit. Freiburg 1804.
-

KURZER ABRISS EINER GESCHICHTE
DER
ELEMENTAR-MATHEMATIK

mit Hinweisen auf die sich anschliessenden höheren Gebiete.

VON

Dr. KARL FINK,

Professor an der Realschule in Tübingen.

Preis broch M. 4. —.

Du Bois-Reymond, Paul, Die allgemeine Funktionen-
theorie. Erster Teil: Metaphysik und Theorie der mathe-
matischen Grundbegriffe: Grösse, Grenze, Argument und
Funktion. Preis M. 8. —

— » — **Zur Geschichte der trigonometrischen Reihen.**

Eine Entgegnung. Preis M. 1. 50.

— » — **Ueber die Grundlagen der Erkenntnis in**
den exakten Wissenschaften. Nach einer hinterlassenen
Handschrift. Mit einem Bildnis des Verfassers. Preis
M. 3. 60.

Fink, K., Dr. Ferd. Kommerell's Lehrbuch der ebenen
Geometrie. Dritte Auflage. Mit 104 in den Text ge-
druckten Holzschnitten und 10 Tabellen. Preis M. 2. —

— » — **Lehrbuch der ebenen Geometrie. 2. Teil.**

Im Anschluss an »Dr. Ferd. Kommerell's Lehrbuch der
ebenen Geometrie, 3. Auflage«. Mit 60 in den Text ge-
druckten Holzschnitten und vielen Uebungen. Preis M. 2. —

Hauck, Dr. Guido, Lehrbuch der Stereometrie. Auf Grund
von Dr. Ferd. Kommerell's Lehrbuch neu bearbeitet und
erweitert. Sechste Auflage. Mit 67 in den Text ge-
druckten Holzschnitten. Preis M. 2. 40.

Krimmel, O., Die Kegelschnitte in elementar-geome-
trischer Behandlung. Mit 78 in den Text ge-
druckten Abbildungen. Preis M. 2. 60.

Meyer, Prof. Dr. Fr., Zur Lehre vom Unendlichen.
Preis M. — 80.

Neumann, Prof. Dr. Carl, Der gegenwärtige Standpunkt
der mathematischen Physik. Preis M. — 60.

Reiff, Prof. Dr. R., Geschichte der unendl. Reihen.
Preis M. 5. —.

Thompson, Elementare Vorlesungen über Elektrizität
und Magnetismus. Autorisierte deutsche Uebersetzung
auf Grund der neuesten (28.) Auflage des Originals von
Dr. A. Himstedt. Preis broch. M. 6. — gebdn. M. 7. —

Zech, Prof. Dr. J., Logarithmisch-trigonometrische
Tafeln. Mit 4 Stellen. Preis M. 1. 50.

1000



Fink, Karl

Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot sein Leben und seine Werke

Tübingen 1894

Biogr. 190 sd

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11570461-9